

Міністерство освіти і науки України
Державний заклад
«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»

Навчально-науковий інститут математики та інформаційних технологій

Кафедра математики та інформатики

Коцан Андрій Романович

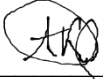
Методика формування в учнів понять випадковості та ймовірності

кваліфікаційна робота

здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня

освітньої програми «Математика»

за спеціальністю 014.04. Середня освіта (Математика)

Особистий підпис  Андрій КОЦАН

Науковий керівник _____ Олена МУРЗИНА,
кандидат педагогічних наук, доцент
кафедри математики та інформатики

В.о. завідувача кафедри _____ Юрій КОЗУБ,
доктор технічних наук, професор
кафедри математики та інформатики

Лубни – 2026

Коцан А.Р.

Тема: Методика формування в учнів понять випадковості та ймовірності.

Спеціальність: 014.04 «Середня освіта (Математика)».

Установа: ЛНУ імені Тараса Шевченка, 2026р.

Магістерська робота містить: 88 с., 45 джерел.

Розширена анотація

У сучасному світі, де активно відбувається розвиток освіти та запровадження компетентнісного підходу до освіти питання формування в учнів умінь діяти в умовах невизначеності, аналізувати випадкові події та приймати обґрунтовані рішення має особливе значення. Велику роль в цьому процесі відіграє формування понять випадковості та ймовірності, які є вирішальними в складі математичної та функціональної грамотності учнів [1; 2]. Однак практика навчання свідчить про великі труднощі у засвоєнні ймовірнісних понять, що зумовлені їх абстрактною, хибними інтуїціями та недостатньою практичністю навчальної програми [3; 4].

Навчання поняттям випадковості та ймовірності складало особливий інтерес для теоретиків та практиків. Про предмет досліджень ставали діла багато вітчизняних науковців, зокрема психологів, математиків, фахівців з прикладних наук [1; 5].

Теоретичні та методичні аспекти навчання теорії ймовірностей і елементів стохастики в Україні були предметом досліджень багатьох науковців і практиків педагогічної освіти. Зокрема, у дисертаційному дослідженні Г. В. Лиходєєвої розглянуто місце елементів стохастики в шкільному курсі математики та обґрунтовано методичну систему формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастики [6]. Т. М. Хмара акцентує світоглядний аспект стохастичної складової змісту навчання та підкреслює недостатність прикладних задач стохастичного характеру в сучасних підручниках,

обґрунтовуючи потребу посилення практико-орієнтованих підходів [7]. Методичні засади формування математичних понять, зокрема ймовірно-статистичних, детально розкрито у працях В. Г. Бевза, М. І. Бурди та Д. В. Васильєвої, де наголошується на ролі наочності, системності та діяльнісного підходу в навчанні математики [1; 2; 3].

Важливе значення для організації навчального процесу мають нормативні документи Міністерства освіти і науки України, зокрема навчальні програми з математики для закладів загальної середньої освіти та програми курсів за вибором, у яких визначено зміст стохастичної лінії та очікувані результати навчання учнів [8]. Вимоги до формування математичної грамотності та вміння працювати з невизначеністю також узгоджуються з підходами міжнародних досліджень якості освіти PISA [9].

Вони досліджували такі аспекти: освоєння понять випадковості та ймовірності учнями; шляхи формування стохастичного мислення у школярів; впровадження різних методологій в процес навчання, наприклад експериментальні, діяльнісні методи, наочність та вивчення наочності; застосування ігрових методів і міжпредметних зв'язків. Однак комплексне дослідження методики формування понять випадковості та ймовірності в учнів залишалося недостатньо вивченим.

Мета дослідження полягає в теоретичному обґрунтуванні та експериментальній перевірці методики формування в учнів понять випадковості та ймовірності в процесі навчання математики.

Об'єкт дослідження — процес навчання теорії ймовірностей у закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження методика формування понять випадковості та ймовірності в учнів.

Результати роботи: у першому розділі магістерської кваліфікаційної роботи «Теоретичні засади формування понять випадковості та ймовірності в учнів» розглядає аналіз наукових підходів трактування поняття випадковості в філософському, математичному, психологічному контекстах. Тут викривається сутність поняття ймовірності, охарактеризовується класичне, статистичне,

геометричне тлумачення ймовірності, еволюцію введення цих понять у шкільний курс математики. Особлива увага відведена психолого-педагогічним особливостям освоєння учнями ймовірнісних понять.

У другому розділі магістерської дисертації «Аналітичне дослідження рівня сформованості понять випадковості та ймовірності у студентів» розглядається, як сучасні навчальні програми та підручники з математики розглядають випадковість та ймовірність. Розглядається, де ці теми з'являються в навчальній програмі, як представлений матеріал та чи відповідає він рівням розвитку студентів. У розділі оцінюється, рівень розуміння поняття ймовірності учнями, визначаються поширені проблеми, з якими вони стикаються, та досліджуються причини виникнення цих труднощів. Результати цього аналізу підкреслюють необхідність удосконалення методів викладання теорії ймовірностей, зокрема, шляхом створення більш практичного та інклюзивного навчального процесу.

У третьому розділі магістерської дисертації «Методологія формування понять випадковості та ймовірності та її експериментальна перевірка» викладено ключові принципи викладання теорії ймовірності, включаючи наукову точність, ясність, активне навчання та практичну актуальність. У ньому описано набір вправ та навчальних сценаріїв, розроблених для того, щоб допомогти студентам засвоїти ці поняття, починаючи від експериментів та ігор і закінчуючи реальними життєвими ситуаціями та зв'язками з іншими предметами. У розділі також описується організація та проведено навчальних експериментів, а також представлення як кількісні, так і якісні результати — з використанням таблиць та діаграм — що демонструють ефективність запропонованих методів навчання.

Наукова новизна дослідження полягає в розробці, експериментальній перевірці авторської методики для формування понять випадковості та ймовірності на основі діяльнісного підходу, поетапного формування знань та широкого використання експериментальних, ігрових та міжпредметних навчальних ситуацій.

Практичне значення цієї роботи полягає в тому, щоб надати вчителям математики середніх навчальних закладів, а також тим, хто займається

професійною підготовкою майбутніх вчителів, можливість застосовувати розроблену методику, систему вправ та навчальні матеріали.

Ключові слова: ВИПАДКОВІСТЬ, ЙМОВІРНІСТЬ, ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, СТОХАСТИЧНЕ МИСЛЕННЯ, МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ЗАВДАННЯ, ДІЯЛЬНІСНИЙ ПІДХІД, МАТЕМАТИЧНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ.

Перелік використаних літературних джерел:

1. Бевз В. Г. Методика навчання математики : навч. посіб. Київ : Либідь, 2005. 336 с.
2. Бурда М. І., Васильєва Д. В. Методика навчання математики в основній школі : навч. посіб. Київ : Освіта, 2012. 400 с.
3. Тарасенкова Н. А. Теорія і методика навчання математики : навч. посіб. Черкаси : Чабаненко Ю. А., 2014. 340 с.
4. Скворцова С. О. Формування математичної компетентності учнів основної школи : монографія. Одеса : Видавець Букаєв В. В., 2013. 256 с.
5. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу. 9 клас : підруч. Харків : Гімназія, 2017. 304 с.
6. Лиходєєва Г. В. Формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастичності : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2011. 20 с.
7. Хмара Т. М. Світоглядний аспект стохастичної складової змісту навчання математики // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2011. № 4. С. 215–223.
8. Міністерство освіти і науки України. Навчальна програма з математики для 5–9 класів закладів загальної середньої освіти. Київ : МОН України, 2017.
9. OECD. PISA 2021 Mathematics Framework. Paris : OECD Publishing, 2021. 127 p.

Kotsan A.R.

Theme Use of Methodology of Forming Students' Concepts of Randomness and Probability.

Speciality: 014.04 "Secondary Education (Mathematics)".

Institution: Luhansk Taras Shevchenko National University (LTSNU), 2026 year.

Master's work of: 88 p., 45 sources.

Extended annotation

In the contemporary context of educational development and the implementation of a competency-based approach to education, the issue of forming students' ability to act under conditions of uncertainty, analyze random events, and make reasoned decisions is of particular importance. A significant role in this process is played by the formation of the concepts of randomness and probability, which are crucial components of students' mathematical and functional literacy [1; 2]. However, teaching practice indicates considerable difficulties in mastering probabilistic concepts, which are caused by their abstract nature, the presence of erroneous intuitive perceptions, and insufficient practical orientation of the curriculum [3; 4].

Teaching the concepts of randomness and probability has been of particular interest to theorists and practitioners. The subject of research has been addressed by many Ukrainian scholars, including psychologists, mathematicians, and specialists in applied sciences [1; 5].

Theoretical and methodological aspects of teaching probability theory and elements of stochastics in Ukraine have been the focus of research by numerous scholars and practitioners in pedagogical education. In particular, the dissertation research of H. V. Lykhodieieva examines the place of stochastic elements in the school mathematics curriculum and substantiates a methodological system for developing students' research skills in the process of learning elements of stochastics [6]. T. M. Khmara emphasizes the worldview aspect of the stochastic component of mathematics education and highlights

the insufficiency of applied stochastic problems in modern textbooks, substantiating the need to strengthen practice-oriented approaches [7]. Methodological principles of forming mathematical concepts, including probabilistic and statistical ones, are thoroughly presented in the works of V. H. Bevz, M. I. Burda, and D. V. Vasylieva, which emphasize the role of visualization, systematicity, and the activity-based approach in mathematics teaching [1; 2; 3].

Normative documents of the Ministry of Education and Science of Ukraine are of great importance for the organization of the educational process, in particular mathematics curricula for general secondary education institutions and elective course programs, which define the content of the stochastic strand and expected learning outcomes [8]. The requirements for the formation of mathematical literacy and the ability to work with uncertainty are also consistent with the approaches of international educational quality studies such as PISA [9].

The aforementioned researchers investigated the following aspects: students' mastery of the concepts of randomness and probability; ways of forming stochastic thinking in schoolchildren; implementation of various teaching methodologies, including experimental and activity-based methods, visualization and the study of visual representations; application of game-based methods and interdisciplinary connections. However, a comprehensive study of the methodology for forming students' concepts of randomness and probability has remained insufficiently explored.

Purpose of work is to theoretically substantiate and experimentally verify a methodology for forming students' concepts of randomness and probability in the process of teaching mathematics.

Object of research is the process of teaching probability theory in general secondary education institutions.

Subject of research is the methodology of forming students' concepts of randomness and probability.

Results of work: the first chapter of the master's qualification thesis, "Theoretical Foundations of Forming Students' Concepts of Randomness and Probability," analyzes scientific approaches to interpreting the concept of randomness in philosophical,

mathematical, and psychological contexts. It reveals the essence of the concept of probability, characterizes classical, statistical, and geometric interpretations of probability, and traces the evolution of introducing these concepts into the school mathematics curriculum. Special attention is paid to the psychological and pedagogical features of students' acquisition of probabilistic concepts.

The second chapter of the master's thesis, "Analytical Study of the Level of Formation of Students' Concepts of Randomness and Probability," examines how modern mathematics curricula and textbooks present randomness and probability. It analyzes where these topics appear in the curriculum, how the material is presented, and whether it corresponds to students' developmental levels. The chapter assesses students' understanding of the concept of probability, identifies common difficulties they encounter, and investigates the causes of these difficulties. The results of this analysis emphasize the need to improve methods of teaching probability theory, particularly through creating a more practice-oriented and inclusive learning process.

The third chapter of the master's thesis, "Methodology of Forming Concepts of Randomness and Probability and Its Experimental Verification," outlines the key principles of teaching probability theory, including scientific accuracy, clarity, active learning, and practical relevance. It describes a set of exercises and learning scenarios designed to help students master these concepts, ranging from experiments and games to real-life situations and interdisciplinary connections. The chapter also presents the organization and implementation of educational experiments, as well as both quantitative and qualitative results—using tables and diagrams—which demonstrate the effectiveness of the proposed teaching methods.

The scientific novelty of the study lies in the development and experimental verification of an author's methodology for forming the concepts of randomness and probability based on an activity-based approach, step-by-step knowledge formation, and extensive use of experimental, game-based, and interdisciplinary learning situations.

The practical significance of the study consists in providing mathematics teachers of secondary education institutions, as well as those involved in the professional training

of future teachers, with the opportunity to apply the developed methodology, system of exercises, and educational materials.

Keywords: RANDOMNESS, PROBABILITY, PROBABILITY THEORY, STOCHASTIC THINKING, METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS, EXPERIMENTAL TASKS, ACTIVITY-BASED APPROACH, MATHEMATICAL COMPETENCE.

References:

1. Bevz V. (2005). *Metodyka navchannia matematyky* [Methodology of teaching mathematics]. Kyiv: «Lybid» Publishing House, 336 p. [In Ukrainian].
2. Burda M., Vasylieva D. (2012). *Metodyka navchannia matematyky v osnovnii shkoli* [Methodology of teaching mathematics in lower secondary school]. Kyiv: «Osvita» Publishing House, 400 p. [In Ukrainian].
3. Tarasenkova N. (2014). *Teoriia i metodyka navchannia matematyky* [Theory and methodology of teaching mathematics]. Cherkasy: Chabanenko Yu. A. Publishing House, 340 p. [In Ukrainian].
4. Skvortsova S. (2013). *Formuvannia matematychnoi kompetentnosti uchniv osnovnoi shkoly* [Formation of mathematical competence of lower secondary school students]. Odesa: Bukaiev V. V. Publishing House, 256 p. [In Ukrainian].
5. Merzliak A., Polonskyi V., Yakir M. (2017). *Alhebra i pochatky analizu. 9 klas* [Algebra and elements of analysis. Grade 9]. Kharkiv: «Himnaziia» Publishing House, 304 p. [In Ukrainian].
6. Lykhodieieva H. (2011). *Formuvannia navchalno-doslidnytskykh umin uchniv u protsesi navchannia elementiv stokhastyky* [Formation of students' research skills in the process of teaching elements of stochastics]. Extended abstract of the PhD dissertation. Kyiv, 20 p. [In Ukrainian].
7. Khmara T. (2011). *Svitohliadni aspekt stokhastychnoi skladovoi zmistu navchannia matematyky* [Worldview aspect of the stochastic component of mathematics

education]. Pedagogical Sciences: Theory, History, Innovative Technologies. No 4, P. 215–223. [In Ukrainian].

8. Ministry of Education and Science of Ukraine. (2017). Navchalna prohrama z matematyky dlia 5–9 klasiv zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Mathematics curriculum for grades 5–9 of general secondary education institutions]. Kyiv. [In Ukrainian].

9. OECD. (2021). PISA 2021 Mathematics Framework. Paris: OECD Publishing, 127 p.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	12
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ ПОНЯТЬ ВИПАДКОВОСТІ ТА ЙМОВІРНОСТІ.....	15
1.1. Поняття випадковості в науковому та педагогічному контексті	15
1.2. Сутність поняття ймовірності та його місце в шкільному курсі математики.	18
1.3. Психолого-педагогічні особливості засвоєння ймовірнісних понять учнями	22
1.4. Аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду навчання теорії ймовірностей.. ..	26
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ СТАНУ ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ПОНЯТЬ У ШКІЛЬНІЙ ПРАКТИЦІ.....	32
2.1. Аналіз чинних навчальних програм і підручників	32
2.2. Діагностика рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів	39
2.3. Типові труднощі учнів у засвоєнні ймовірнісних понять	42
2.4. Узагальнення результатів аналітичного дослідження	46
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ПОНЯТЬ ВИПАДКОВОСТІ ТА ЙМОВІРНОСТІ ТА ЇЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА.....	52
3.1. Методичні принципи формування ймовірнісних понять.....	52
3.2. Методичні принципи формування ймовірнісних понять.....	56
3.3. Організація та проведення педагогічного експерименту	61
3.4. Аналіз результатів педагогічного експерименту.....	66
ВИСНОВКИ.....	78
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	82
ДОДАТОК А.....	85
ДОДАТОК Б	87

ВСТУП

У сучасному світі математична освіта важливіша, ніж будь-коли. Вона допомагає людям розвивати навички вирішення проблем і готує їх до роботи з невизначеністю. Ми постійно стикаємося з випадковими подіями — чи то зважуємо ризики, робимо прогнози, чи робимо вибір, не маючи всіх фактів. Ось чому так важливо, щоб учні вивчали випадковість та ймовірність як частину своїх загальних математичних та життєвих навичок.

Навчання дітей ймовірності особливо важливе зараз, коли школи переходять до навчання, заснованого на компетентностях, як це зазначено в концепції «Нової української школи». Сучасні освітні стандарти стверджують, що учні не повинні просто запам'ятовувати формули — вони повинні навчитися використовувати математику для вирішення реальних проблем. Випадковість та ймовірність тут є дуже важливими тому, що вони допомагають учням розбиратися в даних, інтерпретувати результати та робити прогнози.

Міжнародні дослідження, такі як PISA та TIMSS, показують, що багато учнів мають труднощі з ймовірністю та статистикою. Вони часто мають неоднозначне або розпливчате розуміння випадковості, плутають випадкові та передбачувані події або неправильно розуміють, що насправді означають твердження про ймовірність. Це показує, що існує розрив між тим, що очікується, що учні знатимуть, і тим, чого насправді досягає традиційне навчання.

Дослідження показують, що вивчення випадковості та ймовірності не є легким процесом — це потребує часу та має відповідати віку учнів та їх попередньому досвіду з математикою. У багатьох школах теорія ймовірності викладається сухо, формально, без достатньої кількості практичних занять або можливостей для учнів розвинути власну інтуїцію. Це ускладнює для них справжнє розуміння та використання цих ідей. Ось чому існує потреба в методах навчання, які допомагають учням крок за кроком переходити від інтуїтивного розуміння випадковості до ґрунтового розуміння теорії ймовірностей.

Особливо важливо використовувати різні методи навчання ймовірності. Проведення експериментів, ігор та моделювання реальних життєвих ситуацій

допомагають учням активно залучатися та розвивати ґрунтовне розуміння випадковості як чогось, що відбувається у світі навколо них. Але ці заняття повинні бути добре організованими та послідовними, а це означає, що вчителям потрібен повний, продуманий підхід.

Хоча деякі дослідження щодо викладання ймовірності в школах були проведені, досі немає чіткого та ефективного способу допомогти учням по-справжньому зрозуміти випадковість та ймовірність. Потрібні додаткові дослідження, щоб побачити, як ці теми зараз викладаються, з якими труднощами стикаються учні та як розробити кращі методи навчання.

Ось чому ця наукова праця є настільки актуальною: існує реальна потреба допомогти учням розвинути ймовірнісне мислення, відповідати новим освітнім стандартам та знаходити кращі способи викладання випадковості та ймовірності на уроках математики.

Мета дослідження полягає в теоретичному обґрунтуванні та експериментальній перевірці методики формування в учнів понять випадковості та ймовірності.

Для досягнення поставленої мети в роботі передбачено розв'язання таких завдань дослідження:

1. Проаналізувати психолого-педагогічну та науково-методичну літературу з проблеми формування ймовірнісних понять.
2. Розкрити сутність понять випадковості та ймовірності та визначити їх місце в шкільному курсі математики.
3. Проаналізувати чинні навчальні програми та підручники щодо подання елементів теорії ймовірностей.
4. Дослідити рівень сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів і виявити типові труднощі їх засвоєння.
5. Розробити методику формування в учнів понять випадковості та ймовірності.
6. Провести педагогічний експеримент з метою перевірки ефективності запропонованої методики.

7. Проаналізувати результати експерименту та сформулювати відповідні висновки.

Об'єктом дослідження є процес навчання елементів теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.

Предметом дослідження є методика формування в учнів понять випадковості та ймовірності.

У процесі дослідження було використано такі методи: теоретичний (аналіз, синтез, узагальнення, систематизація наукових джерел), емпіричний (спостереження, анкетування, тестування), педагогічний експеримент, а також методи кількісної та якісної обробки результатів дослідження.

Наукова новизна дослідження полягає в обґрунтуванні та розробці методології формування понять про випадковість та ймовірність у учнів на основі поєднання інтуїтивного, експериментального та формально-теоретичного підходів.

Практична значущість роботи полягає в можливості використання розробленої методології, системи вправ та дидактичних матеріалів у практичній діяльності вчителів математики середніх навчальних закладів, а також у процесі підготовки майбутніх вчителів математики.

Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновку, списку використаних джерел з 45 найменувань. Магістерську кваліфікаційну роботу викладено на 88 сторінках друкованого тексту.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ ПОНЯТЬ ВИПАДКОВОСТІ ТА ЙМОВІРНОСТІ

1.1. Поняття випадковості в науковому та педагогічному контексті

Поняття випадковості з давніх часів привертало увагу філософів, адже воно тісно пов'язане з осмисленням причинності, детермінації та закономірностей розвитку навколишнього світу. У філософських концепціях випадковість зазвичай розглядається не ізольовано, а у взаємодії з необхідністю, що дозволяє глибше зрозуміти суперечливий і багатовимірний характер пізнання об'єктивної реальності.

У межах класичної філософської традиції випадковість тлумачилася як подія або явище, поява якого не зумовлюється безпосередньо внутрішньою логікою процесу та залежить від сукупності зовнішніх умов. У працях античних мислителів випадкове нерідко протиставлялося необхідному й закономірному та пов'язувалося з невизначеністю або обмеженими можливостями людського пізнання. Разом із тим уже на цьому етапі розвитку філософської думки визнавалося, що випадковість не означає відсутності причин узагалі, а радше вказує на складність, багатофакторність і прихованість причинно-наслідкових зв'язків [1].

Подальший розвиток філософії, особливо в епоху Нового часу, привів до переосмислення ролі випадковості. Її почали розглядати не як прояв хаосу, а як одну з форм реалізації необхідності в конкретних історичних або природних умовах. У межах діалектичного підходу випадковість і необхідність перестають бути взаємовиключними категоріями: необхідність виявляється через множину окремих випадкових подій, тоді як випадковість постає способом прояву об'єктивних закономірностей.

У сучасній філософії науки поняття випадковості набуло ще більшого значення [4]. Воно трактується як об'єктивна характеристика процесів, перебіг яких неможливо точно передбачити навіть за умови повного знання початкових параметрів. Особливої актуальності таке розуміння набуло у зв'язку з розвитком квантової фізики, теорії хаосу та ймовірнісних моделей, у межах яких випадковість розглядається як невід'ємна властивість реальності, а не лише як наслідок нестачі

інформації. Для педагогіки це має принципове значення, оскільки дозволяє формувати в учнів уявлення про випадковість як об'єктивний аспект світу, а не як ознаку безладу чи помилки.

У межах математики поняття випадковості отримує більш чітке й формалізоване тлумачення, насамперед у теорії ймовірностей та математичній статистиці [6]. Випадковим вважають такий результат експерименту або подію, яка за однакових умов може як відбутися, так і не відбутися, причому передбачити її настання з повною точністю заздалегідь неможливо. Саме ця неможливість точного прогнозу і є визначальною ознакою випадковості в математичному розумінні.

Математичний підхід до вивчення випадковості спирається на ідею багаторазового повторення експериментів. Окремий результат випадкового дослідження завжди залишається непередбачуваним, однак за великої кількості повторень у сукупності результатів починають проявлятися певні стійкі закономірності. Ці закономірності описуються за допомогою ймовірнісних характеристик. Таким чином, у математиці випадковість поєднує в собі дві, на перший погляд, протилежні риси: непередбачуваність одиничних подій і впорядкованість їх масової поведінки.

У шкільному курсі математики ознайомлення з поняттям випадковості зазвичай починається на інтуїтивному рівні [7]. Для цього використовуються приклади з повсякденного життя, добре зрозумілі учням: підкидання монети, кидання грального кубика, випадковий вибір предмета. Такі ситуації допомагають усвідомити, що випадковість не означає повної відсутності закономірностей, а радше пов'язана з неможливістю заздалегідь визначити конкретний результат. Водночас важливо звертати увагу учнів на те, що умови експерименту мають залишатися незмінними, адже саме це є передумовою коректного математичного аналізу.

З математичної точки зору поняття випадковості тісно пов'язане з поняттям випадкової величини, яка слугує числовою характеристикою результатів випадкового експерименту. Запровадження цього поняття дозволяє перейти від опису подій у якісній формі до їх кількісного аналізу. Такий перехід має особливе

значення для формування в учнів умінь працювати з числовими даними, аналізувати результати спостережень і правильно інтерпретувати статистичну інформацію.

Отже, математичний зміст поняття випадковості полягає не лише у фіксації непередбачуваності окремих результатів, а й у виявленні статистичних закономірностей, що проявляються у масових випадкових явищах. Усвідомлення цієї ідеї є необхідною передумовою для подальшого глибшого засвоєння поняття ймовірності.

Разом із тим формування уявлень про випадковість у школярів має виразний психологічний аспект [2]. Це пов'язано з тим, що поняття випадковості часто суперечить інтуїтивним уявленням про причинно-наслідкові зв'язки, які складаються в повсякденному досвіді дитини. Людське мислення загалом схильне шукати причини та закономірності навіть у тих ситуаціях, де події мають випадковий характер, що нерідко призводить до помилкових висновків і хибних узагальнень.

Психологічні дослідження показують, що учні досить часто сприймають випадковість як своєрідний «безлад» або ситуацію, у якій «немає жодних правил». При цьому вони не завжди усвідомлюють, що випадковість має об'єктивний характер і може підкорятися певним закономірностям. Поширеними є й різноманітні когнітивні упередження. Зокрема, учні нерідко вірять у так звану «справедливість» випадкових процесів або вважають, що попередні результати можуть впливати на наступні, що відоме як ефект гравця. Подібні уявлення істотно ускладнюють розуміння ймовірнісних закономірностей і потребують спеціальної, цілеспрямованої педагогічної роботи.

Суттєвий вплив на сприйняття випадковості мають і вікові особливості учнів. У молодшому та середньому шкільному віці мислення переважно має наочно-образний характер, тому для таких учнів особливо ефективними є експериментальні та ігрові форми навчання. За відсутності опори на власний практичний досвід абстрактні ймовірнісні поняття сприймаються формально і залишаються складними для розуміння. Натомість у старшому шкільному віці

поступово зростає здатність до абстрагування та логічного аналізу, що створює сприятливі умови для більш формалізованого введення ймовірнісних моделей.

З психологічного погляду ефективне формування уявлень про випадковість можливе лише за умови поступового переходу від інтуїтивного розуміння до науково обґрунтованого. Це передбачає таку організацію навчальної діяльності, за якої учні мають змогу порівнювати власні очікування з реальними результатами експериментів, аналізувати виявлені розбіжності та робити узагальнення. Саме усвідомлення обмеженості інтуїтивних уявлень стає важливим кроком на шляху до формування більш глибокого й усвідомленого розуміння випадкових процесів.

Отже, врахування психологічних особливостей сприйняття випадковості є необхідною умовою розробки ефективної методики навчання. Розуміння типових когнітивних труднощів, з якими стикаються учні, дає змогу вчителю добирати адекватні методи та засоби навчання, спрямовані на формування стійких і змістовних ймовірнісних уявлень.

1.2. Сутність поняття ймовірності та його місце в шкільному курсі математики

Поняття ймовірності посідає центральне місце в теорії ймовірностей і математичній статистиці, оскільки саме воно дає змогу кількісно оцінювати можливість настання випадкових подій [8]. У науковій та навчальній літературі використовується кілька підходів до тлумачення ймовірності, серед яких найпоширенішими є класичне, статистичне та геометричне. Кожен із цих підходів має власні дидактичні переваги й певні обмеження, що слід урахувати в процесі навчання.

Класичне тлумачення ймовірності історично сформувалося одним із перших і ґрунтується на припущенні про рівноможливість усіх елементарних результатів випадкового експерименту [9]. У межах цього підходу ймовірність події визначається як відношення кількості сприятливих результатів до загальної кількості всіх можливих результатів. Такий спосіб означення є інтуїтивно зрозумілим для учнів і тому широко застосовується в шкільному курсі математики, особливо на початковому етапі вивчення теми. Він дає змогу наочно пояснювати

ймовірнісні ситуації на простих прикладах, таких як підкидання монети, кидання грального кубика або випадковий вибір предметів.

Водночас класичне тлумачення має свої межі застосування. Воно є коректним лише в тих випадках, коли можна обґрунтовано вважати всі можливі результати рівноймовірними. У реальних життєвих ситуаціях така умова часто не виконується, що зумовлює потребу звернення до інших підходів до визначення ймовірності. Усвідомлення цих обмежень є важливим кроком у формуванні в учнів більш глибокого й усвідомленого розуміння ймовірнісних моделей.

Статистичне тлумачення ймовірності пов'язане з поняттям відносної частоти події та спирається на результати багаторазового повторення випадкового експерименту. За цим підходом ймовірність розглядається як граничне значення відносної частоти події за великої кількості повторень. Такий спосіб осмислення ймовірності дозволяє встановити зв'язок між теоретичними моделями та реальними емпіричними спостереженнями, що має особливе значення для розвитку в учнів статистичного мислення й умінь аналізувати дані.

У шкільному курсі математики статистичне тлумачення ймовірності відкриває широкі можливості для організації експериментальної діяльності учнів [10]. Виконання серій дослідів, збирання та опрацювання результатів, побудова таблиць і діаграм не лише активізують навчальний процес, а й сприяють формуванню уявлень про випадковість як об'єктивне явище. У ході такої роботи учні поступово усвідомлюють, що окремі результати випадкових експериментів можуть суттєво відрізнятися від очікуваних, однак у сукупності ці результати виявляють певні стійкі закономірності.

Геометричне тлумачення ймовірності застосовується для опису випадкових подій, пов'язаних із вибором точки або об'єкта в межах певної геометричної області. У цьому випадку ймовірність події визначається як відношення міри сприятливої області до міри всієї області можливих результатів. Такий підхід дозволяє суттєво розширити коло ймовірнісних задач і наочно продемонструвати міждисциплінарні зв'язки математики, зокрема взаємозв'язок теорії ймовірностей із геометрією та математичним аналізом.

Для шкільної практики геометричне тлумачення має значний дидактичний потенціал. Воно сприяє розвитку просторового мислення, умінь візуалізувати абстрактні поняття та моделювати реальні ситуації за допомогою геометричних образів. Разом із тим використання цього підходу потребує достатнього рівня підготовки учнів і ретельно продуманого методичного супроводу з боку вчителя, щоб уникнути формального засвоєння матеріалу.

Таким чином, різні тлумачення ймовірності не протиставляються одне одному, а органічно доповнюють, формуючи цілісну систему уявлень про випадкові події. Їх поєднання в навчальному процесі створює умови для глибшого розуміння сутності ймовірності та готує учнів до застосування ймовірнісних методів у різних сферах діяльності.

Для більш наочного осмислення сутності поняття «ймовірність» доцільно розглянути різні наукові підходи до його трактування, що подано в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

**Наукові погляди до визначення теоретичного змісту поняття
«ймовірність»**

Автор	Зміст поняття «ймовірність»
1	2
Лаплас П.-С.	Ймовірність події визначається як відношення кількості сприятливих випадків до загальної кількості всіх можливих рівноймовірних випадків, що становить основу класичного підходу до її визначення.
Колмогоров А.М.	Ймовірність є числовою функцією, визначеною на множині подій, яка задовольняє певні аксіоми і відображає міру можливості настання випадкової події в межах формалізованої математичної моделі.
Гнеденко Б.В.	Ймовірність розглядається як кількісна характеристика випадкових подій, що виявляє закономірності масових випадкових явищ і ґрунтується на повторюваності експериментів.
Феллер В.	Ймовірність є мірою невизначеності випадкових процесів, яка дозволяє описувати та передбачати поведінку систем у сукупності, хоча окремі результати залишаються непередбачуваними.

Продовження таблиці 1.1

1	2
Поля Г.	Ймовірність у навчанні математики виступає засобом розвитку інтуїтивного мислення учнів і формується через аналіз випадкових ситуацій та експериментальну діяльність.
Мерфі Дж., Шафер Г.	Ймовірність інтерпретується як міра впевненості або обґрунтованості судження щодо настання певної події в умовах невизначеності.
Бурда М.І.	Ймовірність у шкільному курсі математики розглядається як числова характеристика можливості настання випадкової події, що формується на основі інтуїтивних уявлень і поступово набуває формального змісту.

Запровадження поняття ймовірності в шкільну математичну освіту має досить тривалу й неоднозначну історію, що відображає зміну наукових уявлень, освітніх пріоритетів та методичних підходів до навчання математики. На початкових етапах розвитку шкільної освіти елементи теорії ймовірностей практично не були представлені в навчальних програмах, оскільки вважалися надто абстрактними й складними для сприйняття учнями. Основна увага традиційно зосереджувалася на детермінованих розділах математики, таких як арифметика, алгебра та геометрія, які давали змогу формувати чіткі алгоритмічні вміння.

З розвитком прикладних наук і зростанням ролі статистичних методів у наукових дослідженнях і практичній діяльності поступово сформувалося усвідомлення необхідності ознайомлення школярів з основами ймовірнісного мислення. У другій половині XX століття елементи теорії ймовірностей почали поступово включатися до шкільних програм у різних країнах, здебільшого на рівні старших класів. При цьому навчання, як правило, обмежувалося класичним тлумаченням ймовірності та розв'язуванням типових задач комбінаторного характеру, що не завжди сприяло глибокому розумінню змісту теми.

Подальший розвиток шкільної математичної освіти був пов'язаний із переорієнтацією навчального процесу на діяльнісний і компетентнісний підходи. Поняття ймовірності почало розглядатися не лише як теоретичне, а й як практично значуще, необхідне для аналізу даних і прийняття рішень в умовах невизначеності.

У навчальні програми поступово були введені елементи статистичного підходу, зокрема робота з вибірками, відносними частотами та інтерпретацією результатів експериментів.

У сучасних програмах з математики поняття ймовірності інтегрується з елементами статистики й аналізу даних, що відповідає актуальним міжнародним освітнім тенденціям. Значна увага приділяється використанню прикладів із реального життя, інформаційно-комунікаційних технологій та міжпредметних зв'язків [6]. Такий підхід сприяє формуванню в учнів цілісного уявлення про значення ймовірнісних методів у пізнанні світу та їх практичну роль у майбутній професійній діяльності.

Водночас аналіз сучасної шкільної практики свідчить, що попри формальну наявність теми ймовірності в навчальних програмах, рівень її засвоєння часто залишається поверховим. Це зумовлює потребу в удосконаленні методики навчання, зокрема в послідовному поєднанні різних тлумачень ймовірності та поступовому ускладненні навчального матеріалу з урахуванням вікових і пізнавальних можливостей учнів.

Отже, еволюція введення поняття ймовірності в шкільну освіту відображає загальні тенденції розвитку математичної освіти та підкреслює актуальність пошуку ефективних методичних підходів до формування ймовірнісних понять у сучасній школі.

1.3. Психолого-педагогічні особливості засвоєння ймовірнісних понять учнями

Засвоєння ймовірнісних понять значною мірою зумовлюється віковими та психологічними особливостями розвитку мислення учнів. Ймовірність належить до абстрактних математичних понять, опанування яких вимагає сформованих умінь аналізу, узагальнення та абстрагування. Саме тому на різних етапах шкільного навчання виникають певні труднощі, пов'язані з розумінням і застосуванням ймовірнісних ідей.

У молодшому шкільному віці мислення дітей має переважно наочно-образний характер, а уявлення про випадковість формуються на основі

безпосереднього життєвого досвіду. Для учнів цього віку випадковість часто асоціюється зі спонтанністю, несподіваністю або незнанням причин події. У зв'язку з цим на початковому етапі доцільно зосереджуватися на формуванні інтуїтивних уявлень про випадкові події, використовуючи ігрові ситуації, спостереження та прості експерименти, не вдаючись до формальних означень і складних обчислень.

У середньому шкільному віці поступово відбувається перехід до більш розвиненого логічного мислення, що створює передумови для усвідомлення елементарних ймовірнісних закономірностей. На цьому етапі істотно зростає роль експериментальної діяльності, аналізу отриманих результатів і порівняння власних очікувань із фактичними даними. Саме в цей період закладаються основи статистичного мислення, які є необхідними для подальшого засвоєння формалізованого апарату теорії ймовірностей.

У старшому шкільному віці помітно зростає здатність учнів до абстрагування та формально-логічного аналізу. Це дає змогу вводити строгі означення ймовірності, розглядати різні підходи до її тлумачення та розв'язувати задачі підвищеної складності. Водночас навіть на цьому етапі навчання учні потребують опори на інтуїтивні уявлення та реальні приклади, оскільки надмірна абстрактність матеріалу може призводити до формального засвоєння без глибокого розуміння змісту.

Отже, ефективне формування ймовірнісних понять можливе лише за умови систематичного врахування вікових особливостей учнів і поступового, логічно виваженого ускладнення навчального матеріалу.

Процес засвоєння ймовірнісних понять часто супроводжується появою типових помилок і хибних уявлень, які мають як когнітивну, так і психологічну природу. Однією з найпоширеніших помилок є переконання, що випадкові події повинні «вирівнюватися» вже в короткій серії спостережень. Наприклад, учні можуть вважати, що після кількох випадків герба під час підкидання монети обов'язково має з'явитися решка.

Поширеною є також хибна уява, пов'язана з ототожненням рівноймовірності з однаковою кількістю попередніх результатів. Учні нерідко роблять висновки про ймовірність події, спираючись виключно на попередній досвід, не враховуючи умов експерименту. Подібні помилки свідчать про недостатнє розуміння ідеї незалежності випадкових подій.

Додаткові труднощі виникають під час інтерпретації числових значень ймовірності. Учні можуть сприймати ймовірність як гарантію настання події або, навпаки, не усвідомлювати, що подія з малою ймовірністю все ж може відбутися. Це, у свою чергу, призводить до неправильного застосування ймовірнісних моделей у практичних ситуаціях і потребує цілеспрямованої педагогічної корекції.

Окрему групу труднощів становлять помилки, пов'язані з мовним оформленням ймовірнісних тверджень. Термінологія, що використовується в теорії ймовірностей, часто має інше значення в повсякденній мові, ніж у науковому контексті. Це може спричинити непорозуміння та закріплення стійких помилкових уявлень, коли учні інтерпретують математичні поняття, спираючись на побутовий досвід, а не на їх точний зміст.

Подолання таких труднощів можливе лише за умови систематичної й цілеспрямованої роботи. Вона має бути спрямована не тільки на виправлення окремих помилок, а й на формування в учнів уміння критично осмислювати власні міркування, усвідомлювати межі інтуїтивних уявлень і поступово переходити до більш обґрунтованих суджень [3].

Важливу роль у формуванні ймовірнісних понять відіграють наочність та експериментальна діяльність, адже саме вони дозволяють поєднати абстрактні математичні моделі з реальним досвідом учнів. Використання наочних засобів допомагає краще зрозуміти умови проведення випадкових експериментів і осмислити отримані результати, що є особливо значущим на початкових етапах навчання.

Навчальні експерименти, зокрема підкидання монети, кидання грального кубика або випадковий вибір об'єктів, дають змогу учням безпосередньо спостерігати прояви випадковості. Подальший аналіз результатів у вигляді

таблиць, графіків чи діаграм сприяє усвідомленню зв'язку між теоретичною ймовірністю та статистичною частотою, а також формує уявлення про закономірності масових випадкових явищ.

Суттєво розширюють можливості експериментальної діяльності інформаційно-комунікаційні технології. Комп'ютерні моделі й симуляції дозволяють за короткий час виконати велику кількість повторень випадкових експериментів, що допомагає глибше зрозуміти статистичні закономірності та зменшити вплив випадкових відхилень окремих результатів.

Наочність і експеримент не лише полегшують засвоєння навчального матеріалу, а й сприяють розвитку пізнавального інтересу та підвищенню мотивації учнів. Залучення школярів до активної дослідницької діяльності створює умови для формування стійких і глибоких ймовірнісних уявлень, які є необхідною основою для успішного вивчення подальших розділів математики.

Важливою психолого-педагогічною умовою ефективного засвоєння ймовірнісних понять є також урахування специфіки інтуїтивного мислення учнів. На відміну від детермінованих математичних понять, ймовірнісні категорії ґрунтуються на невизначеності та статистичних закономірностях, що часто суперечить повсякденному досвіду школярів, орієнтованому на однозначні причинно-наслідкові зв'язки. Унаслідок цього учні нерідко намагаються пояснити випадкові події, спираючись на власний досвід або емоційне сприйняття, що ускладнює формування науково коректних уявлень.

Психологічні дослідження показують, що значна частина учнів схильна переоцінювати ймовірність малої ймовірності, але яскравих подій, і водночас недооцінювати ймовірність подій, які відбуваються регулярно, але не привертають уваги. Такі когнітивні викривлення призводять до стійких помилок у міркуваннях і потребують систематичної педагогічної корекції в процесі навчання.

З позицій педагогіки важливо організувати навчальний процес так, щоб учні мали можливість зіставляти власні інтуїтивні уявлення з результатами експериментів і статистичних спостережень. Проведення багаторазових дослідів,

аналіз частот появи подій та обговорення отриманих результатів сприяють поступовому переходу від інтуїтивного до усвідомленого ймовірнісного мислення.

Особливу роль у навчанні відіграє використання навчальних ситуацій, максимально наближених до реального життя, у яких учні змушені оцінювати ризики, прогнозувати можливі результати та ухвалювати рішення в умовах невизначеності. Залучення таких ситуацій робить навчальний процес більш осмисленим і практично спрямованим, підвищує мотивацію до вивчення теми, активізує пізнавальну діяльність та допомагає учням побачити реальну цінність ймовірнісних знань у повсякденному житті.

Таким чином, формування ймовірнісних понять у школярів потребує комплексного підходу, що поєднує психологічно обґрунтовані методи навчання, систематичне використання експерименту й наочності, а також організацію рефлексії навчальної діяльності. Урахування психолого-педагогічних особливостей засвоєння стохастичних понять є необхідною умовою розвитку стохастичного мислення учнів і водночас важливим чинником підвищення ефективності навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.

1.4. Аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду навчання теорії ймовірностей

Сучасний розвиток математичної освіти переконливо свідчить про зростання значущості ймовірнісно-статистичної лінії як важливої складової формування математичної та загальнонаукової компетентностей учнів. У цьому контексті особливої актуальності набуває аналіз як вітчизняного, так і зарубіжного досвіду навчання теорії ймовірностей, а також ознайомлення з міжнародними освітніми вимогами та стандартами.

В Україні вивчення елементів теорії ймовірностей і статистики у шкільному курсі математики здійснюється в межах окремої змістової лінії «Стохастика», яка була системно впроваджена на початку XXI століття [5]. Відповідно до положень Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти, учні мають сформувати базові уявлення про випадкові події, ймовірність, основні статистичні характеристики та способи опрацювання даних. Це свідчить про визнання

важливості стохастичного компонента як необхідного елемента сучасної математичної підготовки.

Українські методисти й науковці (О. І. Скафа, Н. А. Тарасенкова, О. В. Мерзляк, С. П. Семенець та ін.) наголошують на доцільності поетапного введення ймовірнісних понять. Зокрема, пропонується починати з формування інтуїтивних уявлень про випадковість в основній школі, поступово переходячи до формалізованих означень і складніших задач у старших класах. Важливе місце в цьому процесі відводиться практико-орієнтованим завданням, прикладам із реального життя, а також виконанню елементарних статистичних досліджень.

Разом із тим у працях вітчизняних дослідників звертається увага на те, що навчання теорії ймовірностей у школі нерідко має фрагментарний характер. Воно часто зводиться до розв'язування типових задач і не завжди забезпечує формування глибокого розуміння стохастичних закономірностей. Такий стан речей актуалізує потребу в удосконаленні методики навчання з урахуванням сучасних освітніх викликів і вимог до результатів навчання.

Зарубіжний досвід, у свою чергу, демонструє більш раннє та системне включення ймовірнісно-статистичних понять у зміст шкільної освіти. У багатьох країнах, зокрема в США, Великій Британії, Фінляндії, Канаді та Сінгапурі, елементи випадковості, статистики та ймовірності починають вивчати вже в початковій школі, переважно на інтуїтивному рівні. Такий підхід створює підґрунтя для поступового й усвідомленого формування стохастичного мислення впродовж усього періоду навчання.

Характерною особливістю міжнародних підходів є орієнтація на:

- експериментальну діяльність учнів;
- аналіз реальних даних;
- використання комп'ютерних симуляцій та цифрових інструментів;
- міждисциплінарні зв'язки (математика — природничі науки — суспільствознавство).

Зарубіжні методики акцентують увагу не лише на обчисленні ймовірностей, а й на формуванні стохастичного мислення, умінні інтерпретувати результати та

робити обґрунтовані висновки в умовах невизначеності. Значне місце відводиться груповій роботі, проєктній діяльності та дослідницьким завданням.

Міжнародні порівняльні дослідження якості освіти PISA (Programme for International Student Assessment) та TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) визначають ймовірісно-статистичну компетентність як одну з ключових складових математичної грамотності учнів.

Згідно з вимогами PISA, учень має вміти:

- інтерпретувати дані, подані у вигляді таблиць, графіків, діаграм;
- оцінювати ймовірність подій у реальних ситуаціях;
- розуміти ризики та невизначеність;
- застосовувати математичні міркування для прийняття рішень.

TIMSS, у свою чергу, оцінює здатність учнів працювати з випадковими подіями, простими ймовірнісними моделями та статистичними даними відповідно до вікових особливостей.

Результати участі українських учнів у міжнародних дослідженнях якості освіти показують, що найбільші труднощі виникають саме під час виконання завдань, пов'язаних з аналізом випадковості та ймовірності. Це свідчить про недостатній рівень сформованості відповідних понять і підтверджує актуальність удосконалення методики їх формування у шкільному курсі математики.

Порівняльний аналіз вітчизняних і зарубіжних підходів до навчання теорії ймовірностей виявляє істотні відмінності в методичних акцентах. Українська освітня практика традиційно зосереджена на формуванні обчислювальних умінь і засвоєнні формалізованих означень. Натомість у багатьох зарубіжних освітніх системах більша увага приділяється осмисленню ймовірнісних явищ, інтерпретації результатів і розвитку стохастичного мислення як складової загальної математичної грамотності.

В українських підручниках і навчальних програмах переважають задачі з наперед визначеним алгоритмом розв'язання. Такий підхід сприяє формуванню репродуктивних навичок, однак не завжди забезпечує розвиток умінь аналізувати випадкові ситуації, з якими учні стикаються в реальному житті. У міжнародній

практиці, навпаки, широко використовуються відкриті задачі, що допускають кілька можливих способів розв'язання та потребують аргументованого обґрунтування зроблених висновків.

Характерною особливістю зарубіжного досвіду є також активне використання цифрових технологій у процесі навчання теорії ймовірностей. Комп'ютерні симуляції, інтерактивні моделі, електронні таблиці та спеціалізовані освітні платформи дають змогу учням візуалізувати випадкові процеси, проводити багаторазові експерименти та працювати з великими обсягами даних. В умовах української школи такі засоби застосовуються значно рідше, що певною мірою знижує ефективність формування ймовірнісних уявлень.

Аналіз вимог міжнародних досліджень PISA і TIMSS підтверджує, що головною метою навчання ймовірності є не механічне запам'ятовування формул, а здатність використовувати ймовірнісні міркування для аналізу реальних життєвих ситуацій [43]. Завдання цих досліджень орієнтовані на роботу з контекстними даними, оцінювання ризиків, інтерпретацію статистичної інформації та формулювання обґрунтованих висновків, що потребує високого рівня розвитку стохастичного мислення.

Результати українських учнів у таких дослідженнях засвідчують труднощі саме у виконанні завдань, пов'язаних з ймовірнісним аналізом і прийняттям рішень в умовах невизначеності. Це вказує на необхідність поступової переорієнтації навчального процесу з формального засвоєння теоретичного матеріалу на діяльнісний і компетентнісний підходи.

Таким чином, узагальнення вітчизняного та зарубіжного досвіду дозволяє дійти висновку про доцільність оновлення методики навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики. Таке оновлення має передбачати ширше використання експериментальних методів, активне залучення цифрових технологій, розширення практико-орієнтованих завдань і орієнтацію на міжнародні освітні стандарти.

Висновок до першого розділу

У першому розділі магістерської роботи здійснено цілісний теоретичний аналіз проблеми формування в учнів понять випадковості та ймовірності в процесі навчання математики. Розгляд філософських, математичних, психологічних і педагогічних аспектів досліджуваної проблеми дав змогу виявити її міждисциплінарний характер і підкреслити значущість для сучасної шкільної освіти.

У ході дослідження проаналізовано сутність поняття випадковості як однієї з фундаментальних категорій наукового пізнання та з'ясовано особливості його трактування у філософії, математиці й психології. Встановлено, що розуміння випадковості в учнів формується поступово — від початкових інтуїтивних уявлень до усвідомлення об'єктивних стохастичних закономірностей, що потребує цілеспрямовано організованого навчального процесу.

Окрему увагу приділено аналізу поняття ймовірності як кількісної міри випадкових подій. Розкрито класичне, статистичне та геометричне тлумачення ймовірності, а також простежено еволюцію введення цього поняття в шкільному курсі математики. З'ясовано, що сучасна математична освіта дедалі більше орієнтується на практичну значущість ймовірнісних знань та їх застосування в реальних життєвих ситуаціях.

У процесі аналізу психолого-педагогічних особливостей засвоєння ймовірнісних понять встановлено, що вікові характеристики учнів, наявність типових помилок і хибних уявлень істотно впливають на ефективність навчання. Обґрунтовано важливу роль наочності, експериментальної діяльності та моделювання як засобів формування коректних уявлень про випадковість і ймовірність.

Порівняльний аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду навчання теорії ймовірностей, а також вимог міжнародних досліджень PISA і TIMSS засвідчив необхідність посилення стохастичної складової математичної освіти в Україні. Виявлено розбіжності між задекларованими освітніми цілями та реальним рівнем

сформованості ймовірнісного мислення учнів, що актуалізує потребу вдосконалення методики навчання.

Отже, результати проведеного теоретичного аналізу створюють науково-методичне підґрунтя для подальшого аналітичного та практичного дослідження проблеми формування понять випадковості та ймовірності, яке буде реалізовано в наступних розділах магістерської роботи.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ СТАНУ ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ ПОНЯТЬ У ШКІЛЬНІЙ ПРАКТИЦІ

2.1. Аналіз чинних навчальних програм і підручників

Аналіз сучасних українських навчальних програм і підручників з математики дає змогу визначити місце та роль теми «Випадковість і ймовірність» у шкільному курсі, а також виявити особливості її подання й окреслити методичні переваги та обмеження чинної системи навчання [11].

Відповідно до діючих навчальних програм Міністерства освіти і науки України тема «Ймовірність і випадковість» належить до змістової лінії «Стохастика» та реалізується на базовому і профільному рівнях навчання. У початковій школі учні ознайомлюються з першими інтуїтивними уявленнями про випадкові події, використовуючи прості й наочні приклади з повсякденного життя, такі як підкидання монети чи грального кубика, вибір предметів із набору. На цьому етапі основний акцент робиться на усвідомленні того, що за однакових умов результати подій можуть відрізнятися, а повторення експерименту не гарантує однакового результату.

У середній школі зміст теми поступово ускладнюється та набуває більш формалізованого характеру. Учні знайомляться з основними підходами до визначення ймовірності — класичним, статистичним і геометричним, опановують правила обчислення ймовірності простих і складених подій, аналізують результати експериментів і працюють із частотними даними. Важливе місце відводиться формуванню вмінь робити обґрунтовані висновки, інтерпретувати отримані результати та застосовувати ймовірнісні знання у практичних ситуаціях [39].

На рівні старшої школи матеріал теми інтегрується з іншими розділами математики, зокрема комбінаторикою, статистикою та елементами математичного моделювання. Учні виконують складніші завдання, що передбачають одночасне використання кількох правил обчислення ймовірностей, аналіз статистичних таблиць і графіків, а також побудову найпростіших моделей реальних процесів.

Варто зазначити, що сучасні навчальні програми з математики забезпечують певну системність і послідовність у вивченні ймовірності, однак обсяг цієї теми

залишається обмеженим. У багатьох випадках вона сприймається як другорядна або факультативна для частини учнів, що створює передумови для формування поверхневого розуміння ймовірнісних понять і не завжди сприяє розвитку глибокого стохастичного мислення.

Підручники з математики для 7–11 класів, зокрема авторства О. В. Мерзляка, В. Б. Полонського, Н. А. Тарасенкової, Г. М. Ніколенка та інших, подають матеріал з ймовірності у чітко вибудованій поетапній структурі: від введення основних означень і правил — до розв’язування типових прикладів і виконання комплексних вправ, що поєднують кілька понять. До переваг таких підручників можна віднести логічну систематизацію матеріалу, наявність пояснень алгоритмів та прикладів розв’язання задач, що полегшує засвоєння базових ймовірнісних понять.

Водночас аналіз підручників дозволяє виділити низку обмежень у методичній подачі теми:

- Недостатня кількість практичних експериментальних завдань, що дають можливість учням перевірити власні гіпотези через моделювання або лабораторні дослід.
- Обмежене використання цифрових технологій: комп’ютерні симуляції, інтерактивні моделі, віртуальні експерименти майже не застосовуються.
- Обмежена інтеграція матеріалу з міжпредметними аспектами, такими як фізика, біологія, економіка, інформатика, де ймовірнісні міркування могли б бути показані в реальних контекстах.
- Переважна орієнтація на репродуктивне навчання — учень відтворює алгоритми, але не завжди розуміє логіку стохастичного мислення і практичне застосування ймовірності.

Аналіз підручників з математики показує, що різні автори по-різному розставляють методичні акценти під час подання теми ймовірності. Так, у підручниках О. В. Мерзляка та В. Б. Полонського більша увага приділяється формалізації ймовірнісних понять і відпрацюванню алгоритмів обчислення. Натомість у працях Н. А. Тарасенкової та Г. М. Ніколенка частіше

використовуються практичні приклади, завдання на спостереження та елементи експериментальної діяльності. Це свідчить про наявність різних методичних підходів — від класично-теоретичного до практико-орієнтованого. Поєднання цих підходів у навчальному процесі може створити більш сприятливі умови для формування цілісного ймовірнісного мислення учнів.

У сучасних підручниках тема «Випадковість і ймовірність» подається не лише як складова розвитку математичних умінь, а й як основа для формування важливих життєвих компетентностей. Зокрема, йдеться про вміння оцінювати ризики, аналізувати статистичні дані, прогнозувати можливі наслідки подій. Використання реальних прикладів і задач із практичним змістом сприяє підвищенню навчальної мотивації та допомагає учням усвідомити практичну цінність математичних знань.

Загальний аналіз навчальних програм і підручників дає підстави стверджувати, що вони загалом забезпечують поступовість і певну системність у вивченні ймовірності [12]. Водночас простежується потреба в посиленні практичної, дослідницької та цифрової складових навчання. Серед основних проблем можна виокремити обмежений обсяг матеріалу, недостатнє використання експериментів і відсутність системної інтеграції ймовірнісних понять із реальними життєвими ситуаціями. Усе це створює передумови для розробки вдосконаленої методики формування ймовірнісних понять, що й визначає подальший напрям практичного дослідження.

Важливим чинником ефективності навчання ймовірності та випадковості є також логіка подання навчального матеріалу в програмах і підручниках. Саме вона визначає, наскільки послідовно й усвідомлено учні опановують ключові поняття, вміння та навички, необхідні для розвитку стохастичного мислення.

У більшості сучасних українських підручників подання матеріалу ґрунтується на принципі поступового переходу від простого до складного. Спочатку учні знайомляться з інтуїтивними уявленнями про випадковість і ймовірність через наочні приклади, такі як кидання монети чи грального кубика, вибір предметів із набору. На цьому етапі формується базове розуміння того, що

результати подій не завжди передбачувані, а повторні спостереження можуть давати різні результати.

На наступному етапі відбувається поступова формалізація понять. Учні опановують класичне визначення ймовірності, знайомляться з правилами обчислення ймовірностей простих і складених подій, а також із геометричним і статистичним підходами. На цьому рівні навчання значна увага приділяється відпрацюванню типових алгоритмів розв'язання задач, що дозволяє засвоїти основні формальні процедури.

У старших класах логіка подання матеріалу передбачає комплексне застосування набутих знань [14]. Учні розв'язують комбіновані задачі, аналізують частотні дані, працюють зі статистичними таблицями й графіками, а також моделюють прості реальні процеси. Такий підхід сприяє поєднанню формальних обчислень з осмисленням отриманих результатів і розвитку критичного мислення.

Логіка викладу матеріалу у підручниках побудована на кількох ключових методичних принципах:

1. Поступовість і системність — від інтуїтивних уявлень до формалізованих понять; від простих вправ до складних комбінованих задач.
2. Взаємозв'язок теорії та практики — матеріал супроводжується прикладами, що ілюструють застосування ймовірності в реальних ситуаціях.
3. Діагностична спрямованість — включення вправ, що дозволяють перевірити правильність уявлень і виявити хибні стереотипи мислення.
4. Розвиток стохастичного мислення — застосування практичних завдань і експериментів для формування уміння робити висновки на основі аналізу даних.

Різні автори підручників відрізняються логікою подання матеріалу:

- Мерзляк О.В. та Полонський В.Б. орієнтуються на класично-формальний підхід, де логіка подання будується навколо чітких визначень, правил і алгоритмів. Такий підхід забезпечує системність і точність викладу, проте обмежує практичну активність учнів.

- Тарасенкова Н.А. та Ніколенко Г.М. використовують практико-орієнтований підхід, поєднуючи формальні визначення з експериментальними завданнями та прикладами з реального життя. Це сприяє кращому засвоєнню понять та розвитку критичного мислення, проте іноді зменшує акцент на формальних методах обчислення.

Незважаючи на системність і логічну послідовність, сучасні програми та підручники мають певні обмеження:

- недостатня кількість інтерактивних і дослідницьких завдань;
- обмежене використання цифрових технологій для моделювання випадкових процесів;
- недостатнє поєднання міжпредметних зв'язків та практичних прикладів із повсякденного життя.

З метою підвищення ефективності навчання доцільно звертатися до поетапного моделювання реальних випадкових процесів, використання комп'ютерних симуляцій та залучення міжпредметних прикладів. Такий підхід допомагає учням не лише краще зрозуміти зміст ймовірнісних понять, а й розвиває аналітичне мислення та готує до застосування отриманих знань у реальних життєвих ситуаціях.

Одним із визначальних чинників успішного засвоєння теми «Випадковість і ймовірність» є відповідність змісту, форм і методів навчання віковим психологічним та пізнавальним можливостям учнів. Урахування вікових особливостей дозволяє забезпечити поступовий перехід від простих уявлень до складніших понять і створює умови для розвитку логічного та аналітичного мислення.

На рівні початкової школи навчальні програми спрямовані передусім на формування інтуїтивного розуміння випадковості. У цьому віці учні ще не готові до оперування абстрактними математичними поняттями й формулами, тому навчальний матеріал подається у формі наочних і практичних ситуацій, близьких до повсякденного досвіду. Доцільними є такі приклади, як підкидання монети,

вигляду предметів із коробки, прості ігрові завдання на випадковий вибір, які допомагають учням природно усвідомити саму ідею випадковості.

Відповідність віку забезпечується наступними методичними засобами:

- Наочність — використання предметів, ілюстрацій, ігор та демонстраційних матеріалів.
- Елементарність формулювань — уникання складних абстрактних термінів, використання зрозумілих пояснень.
- Акцент на дослідницьку діяльність — діти виконують прості спостереження та підрахунки результатів експериментів.

Застосування таких методів повністю відповідає віковим особливостям учнів, сприяє розвитку пізнавальних процесів, уважності та спостережливості, а також формуванню логічного мислення і початкових уявлень про випадковість.

У середніх класах учні вже поступово переходять до оперування більш складними абстрактними поняттями, однак усе ще потребують чіткої й послідовної систематизації знань. У цей період вивчення ймовірності охоплює ознайомлення з класичним визначенням ймовірності, обчислення ймовірностей простих і складених подій, аналіз результатів експериментів та роботу з частотними розподілами. Такий зміст навчання створює основу для подальшого розвитку стохастичного мислення та підготовки учнів до складніших узагальнень.

Відповідність віковим можливостям у цьому віці забезпечується:

- Поступовою формалізацією знань — від наочного прикладу до математичного визначення.
- Систематизацією навчального матеріалу — формування навичок розв'язання типових задач із чіткою послідовністю дій.
- Застосуванням практичних прикладів — задачі з фізики, біології, економіки, що демонструють реальне застосування ймовірнісних знань.

У цьому віці учні поступово набувають уміння робити висновки на основі статистичних даних, аналізувати варіативність отриманих результатів і порівнювати очікувані значення з фактичними. Такі вміння є важливим кроком на

шляху до усвідомленого сприйняття ймовірнісних закономірностей та розвитку елементів стохастичного мислення.

Учні старших класів, як правило, уже володіють достатньо сформованими навичками логічного та абстрактного мислення, що створює умови для опанування складніших тем теорії ймовірностей. На цьому етапі навчання вони здатні працювати з комбінаторними правилами, виконувати елементарний статистичний аналіз, будувати моделі випадкових процесів та застосовувати формули для обчислення ймовірностей складених подій. Такий рівень підготовки дозволяє поєднувати формальні математичні дії з осмисленням отриманих результатів і їх інтерпретацією в практичному контексті.

Відповідність віковим особливостям забезпечується:

- Поглибленим аналізом і моделюванням — учні виконують досліди, порівнюють теоретичні і практичні результати, будують статистичні графіки.
- Інтеграцією міжпредметних знань — використання ймовірності у фізиці, хімії, економіці, інформатиці.
- Розв'язанням комплексних задач — комбіновані завдання, що потребують використання кількох понять та методів одночасно.

Отже, чинні навчальні програми й підручники загалом забезпечують урахування вікових особливостей учнів завдяки поетапному ускладненню навчального матеріалу, поєднанню наочних і абстрактних способів подання знань, а також залученню практичних і дослідницьких завдань. Такий підхід створює умови для поступового й усвідомленого формування ймовірнісних уявлень.

Водночас аналіз навчальних матеріалів показав, що в окремих випадках формалізований спосіб подання теми не повною мірою відповідає психолого-педагогічним потребам учнів молодших і середніх класів. Це свідчить про необхідність подальшого вдосконалення методики навчання, зокрема шляхом адаптації змісту й форм роботи з урахуванням конкретних вікових груп та рівня пізнавального розвитку учнів.

2.2.Діагностика рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів

Діагностика рівня сформованості ймовірнісних понять у школярів є важливою складовою дослідження, оскільки дозволяє виявити початковий рівень знань, навичок і умінь учнів, а також визначити типові помилки та хибні уявлення [16]. Це створює основу для розробки ефективної методики формування ймовірнісного мислення.

Основні цілі діагностики

1. Визначити, наскільки учні розуміють сутність випадковості та ймовірності.
2. Виявити типові помилки і хибні уявлення, що заважають правильному засвоєнню теми.
3. Оцінити уміння застосовувати отримані знання на практиці при розв'язанні задач та аналізі випадкових ситуацій.
4. Виявити рівень готовності учнів до використання ймовірнісного мислення у міжпредметних і життєвих контекстах.

Для дослідження рівня сформованості ймовірнісних понять застосовуються різноманітні психолого-педагогічні методики, які можна поділити на кілька основних груп:

1. Тестові методики
 - Передбачають перевірку знань і розуміння ключових понять через стандартні завдання закритого типу (тести, варіанти з вибором відповіді).
 - Тестові завдання дозволяють оцінити як рівень знання формул і правил, так і інтуїтивне розуміння випадковості.
 - Приклади завдань: «Яка ймовірність випадання трійки при киданні кубика?», «Вибір кольорових куль із набору: визначте ймовірність витягування червоної кулі».
2. Анкетування та опитування учнів
 - Діагностують уявлення учнів про випадковість і ймовірність у повсякденному житті.

- Питання формуються таким чином, щоб учень пояснив свої міркування, наприклад: «Як ви оцінюєте ймовірність того, що завтра піде дощ?»

- Дозволяє виявити мисленнєві стереотипи та хибні уявлення, що часто виникають унаслідок інтуїтивного сприйняття випадкових процесів.

3. Практичні та експериментальні завдання

- Учні виконують нескладні досліди з підрахунком результатів випадкових подій (кидання кубика, монети, витягування предметів із набору) і порівнюють теоретичні та фактичні ймовірності.

- Такі завдання дають змогу оцінити здатність учнів застосовувати теоретичні знання на практиці, розвивати критичне мислення та аналітичні навички.

4. Спостереження та аналіз письмових робіт

- Діагностика здійснюється через перевірку розв'язків задач, аналіз помилок і формулювання висновків.

- Це дозволяє встановити рівень логічного та системного мислення, здатність учнів до аргументованого висновку та застосування ймовірнісних правил у нових ситуаціях.

Застосування комплексного підходу до діагностики дає змогу не лише оцінити загальний рівень підготовки учнів, а й більш глибоко проаналізувати сильні та слабкі сторони їхніх знань. Такий підхід дозволяє виявити типові помилки, хибні уявлення та труднощі, з якими стикаються учні під час вивчення ймовірнісних понять, а також визначити напрями подальшої методичної роботи з метою підвищення ефективності навчання. Отримані результати діагностики слугують методологічною основою для розробки та обґрунтування експериментальної методики формування понять випадковості та ймовірності.

Після проведення діагностичних процедур серед учнів середньої та старшої школи було здійснено первинний зріз рівня сформованості понять випадковості та ймовірності. До цього зрізу входив комплекс різнорівневих завдань, зокрема

тестові запитання, анкетування, практичні експериментальні завдання та письмові роботи. Основною метою первинного зрізу було визначення фактичного рівня знань і вмінь учнів, а також виявлення поширених хибних уявлень і труднощів, які перешкоджають усвідомленому та глибокому засвоєнню навчального матеріалу.

Для проведення первинного зрізу було обрано групу учнів 8–10 класів. Діагностика включала:

1. Тестові завдання на визначення знань базових понять і правил ймовірності.
2. Практичні завдання та експерименти, що вимагали підрахунку результатів випадкових подій і порівняння їх із теоретичними ймовірностями.
3. Анкетування та опитування, спрямовані на виявлення інтуїтивних уявлень про випадковість і ймовірність у повсякденних ситуаціях.
4. Аналіз письмових робіт з типових і комбінованих задач з ймовірності.

Результати первинного зрізу свідчать про наступні тенденції:

1. Рівень знань
 - Близько 60% учнів правильно визначають ймовірність простих подій (наприклад, кидання монети чи кубика).
 - Тільки 35% учнів можуть самостійно застосовувати правила обчислення ймовірності складених подій без підказок.
 - Менше 25% учнів правильно визначають ймовірність подій, що потребують використання комбінаторних підходів.
2. Рівень розуміння
 - У більшості учнів (приблизно 50%) спостерігаються інтуїтивні хибні уявлення, наприклад, очікування, що при дворазовому киданні монети обов'язково випаде орел і решка один раз («закон компенсації»).
 - Лише близько 30% учнів здатні пояснити, чому результати експериментів можуть відрізнятися від теоретичної ймовірності.
3. Рівень застосування

- При виконанні практичних експериментів і задач лише 40% учнів правильно підраховують частоту випадкових подій і зіставляють її з теоретичними значеннями.

- Учні старших класів демонструють вищий рівень умінь застосовувати теоретичні знання на практиці, проте часто допускають помилки при переході від наочного експерименту до абстрактного розрахунку.

4. Типові помилки

- Змішування ймовірності та кількості випадків (помилка «чим більше разів випаде результат, тим вірогідніше його повторення»).

- Неврахування залежності подій при розв'язанні складених задач.

- Недостатнє використання логіки та алгоритму при обчисленні ймовірності, особливо в комбінованих прикладах.

Перший зріз показав, що рівень сформованості ймовірнісних понять у більшості учнів середній або нижче середнього. Основні проблеми пов'язані з хибними інтуїтивними уявленнями, недостатнім розумінням формальних правил і обмеженим умінням застосовувати знання на практиці.

Ці результати обґрунтовують необхідність цілеспрямованої методики формування понять випадковості та ймовірності, що включає:

- поетапне введення теоретичного матеріалу;
- активне використання практичних і експериментальних завдань;
- інтеграцію міжпредметних прикладів та сучасних цифрових технологій для моделювання випадкових процесів.

Дані первинного зрізу стануть методологічною основою для експериментальної частини дослідження.

2.3. Типові труднощі учнів у засвоєнні ймовірнісних понять

Аналіз результатів первинного діагностичного зрізу та письмових робіт учнів показав, що процес засвоєння понять випадковості та ймовірності супроводжується низкою характерних труднощів [17]. Виявлені помилки мають як пізнавальний, так і психолого-педагогічний характер і значною мірою зумовлені

специфікою стохастичних понять, які суттєво відрізняються від детермінованих об'єктів, з якими учні стикаються у традиційних розділах математики.

Однією з найпоширеніших труднощів є сприйняття випадковості як повної непередбачуваності або навіть хаосу. Багато учнів схильні вважати, що випадкові події не підпорядковуються жодним закономірностям, а отже, не можуть бути предметом кількісного аналізу. Унаслідок цього вони не усвідомлюють зв'язку між непередбачуваністю окремих результатів і наявністю закономірностей у масових випадкових явищах.

Суттєві помилки виникають також під час інтерпретації числового значення ймовірності. Частина учнів сприймає ймовірність події як гарантію її настання, якщо значення є достатньо великим. Наприклад, подія з ймовірністю 0,9 часто розглядається як така, що «обов'язково відбудеться», що свідчить про нерозуміння статистичної природи ймовірності та її інтерпретації як міри можливості, а не впевненості.

Поширеним є і хибне уявлення про залежність незалежних випадкових подій, відоме як «ефект гравця» [19]. Учні вважають, що результати попередніх спостережень впливають на наступні, навіть за незмінних умов експерименту. Особливо чітко це проявляється у задачах на підкидання монети або кидання грального кубика, коли очікується так зване «вирівнювання» результатів уже в короткій серії випробувань.

Аналіз письмових робіт засвідчив також труднощі, пов'язані із застосуванням формул і правил обчислення ймовірностей. Учні часто використовують формули механічно, не усвідомлюючи їхнього змісту та умов застосування. Це призводить до помилок у змінених або комбінованих ситуаціях, особливо під час розв'язування задач на залежні події та задач із використанням елементів комбінаторики.

Окрему групу становлять мовні й термінологічні труднощі [20]. Такі поняття, як «випадкова подія», «ймовірність», «частота», «можливість», у повсякденному мовленні мають інше смислове навантаження, ніж у математичному контексті. Це нерідко призводить до неправильного розуміння

умов задач, плутанини між ймовірністю, відсотками та абсолютною кількістю випадків, а також до формулювання помилкових висновків.

Крім того, виявлено труднощі у співвіднесенні теоретичних розрахунків із результатами реальних експериментів. Учням складно пояснити, чому експериментальні дані можуть відрізнятися від теоретично обчислених значень, особливо за малої кількості спостережень. Це свідчить про недостатнє розуміння статистичного характеру ймовірнісних закономірностей та ідеї закону великих чисел.

Таким чином, проведений аналіз типових помилок підтверджує, що труднощі у засвоєнні понять випадковості та ймовірності зумовлені поєднанням когнітивних, психологічних і методичних чинників. Їх подолання потребує цілеспрямованої організації навчального процесу, яка поєднує інтуїтивний досвід учнів, експериментальну діяльність і формально-теоретичний аналіз. Обґрунтування такої методики становитиме зміст наступного розділу магістерської роботи.

Виявлені труднощі мають комплексний характер і потребують детального аналізу причин їх виникнення, що дає змогу окреслити напрями вдосконалення методики навчання ймовірнісних понять.

Однією з основних причин виникнення труднощів у засвоєнні ймовірнісних понять є розбіжність між інтуїтивним мисленням учнів і науковим розумінням ймовірності. Повсякденний досвід школярів здебільшого ґрунтується на детермінованому сприйнятті світу, у якому кожна подія має чітку причину та передбачуваний результат. Натомість ймовірнісні явища характеризуються невизначеністю та статистичним характером закономірностей, що часто суперечить життєвим уявленням учнів і призводить до помилкових інтерпретацій.

Вагомою причиною труднощів є також недостатній рівень розвитку абстрактного мислення, особливо в учнів середньої школи. Ймовірнісні поняття не мають безпосереднього наочного образу, а їх осмислення потребує вміння працювати з абстрактними моделями, узагальнювати результати спостережень і співвідносити окремі випадкові події зі статистичними характеристиками. За

відсутності відповідної підготовки це нерідко призводить до формального засвоєння матеріалу без глибокого розуміння його змісту.

Ще одним чинником є обмежений досвід експериментальної діяльності учнів. Коли вивчення ймовірності зводиться переважно до розв'язування типових задач і застосування формул, учні не мають можливості на власному досвіді переконатися в об'єктивному характері ймовірнісних закономірностей. Недостатня кількість навчальних експериментів ускладнює усвідомлення зв'язку між теоретично обчисленою ймовірністю та статистичною частотою подій.

Важливу роль у виникненні труднощів відіграють і методичні особливості подання навчального матеріалу. Фрагментарне викладання теми, надмірна формалізація означень і правил, обмежена кількість практико-орієнтованих завдань та слабкий зв'язок із реальними життєвими ситуаціями знижують пізнавальний інтерес учнів і сприяють поверхневому засвоєнню понять. У таких умовах школярі часто застосовують формули механічно, не усвідомлюючи їхнього змісту та меж використання.

Окремою причиною труднощів є термінологічна неоднозначність. Багато понять теорії ймовірностей у побутовій мові мають інше значення, ніж у науковому контексті. Це спричиняє плутанину під час аналізу умов задач, формулювання висновків і засвоєння формальних означень, що негативно впливає на якість навчальних результатів.

Крім того, недостатня міжпредметна інтеграція ймовірнісного матеріалу обмежує можливості застосування знань у нових ситуаціях. Рідкісне використання прикладів із фізики, біології, економіки, інформатики зменшує практичну значущість навчального матеріалу та ускладнює формування стійких ймовірнісних уявлень.

Отже, причини труднощів у засвоєнні понять випадковості та ймовірності мають системний характер і зумовлені поєднанням психологічних, пізнавальних і методичних чинників. Це переконливо доводить необхідність розробки спеціальної методики формування ймовірнісних понять, яка враховує вікові особливості учнів,

передбачає активне використання експериментальної діяльності та забезпечує поетапний перехід від інтуїтивного розуміння до формалізованих моделей.

2.4. Узагальнення результатів аналітичного дослідження

Проведене аналітичне дослідження чинних навчальних програм і підручників з математики, результатів діагностики рівня сформованості понять випадковості та ймовірності, а також аналіз типових труднощів і причин їх виникнення дають змогу окреслити коло основних проблем, що супроводжують навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики [13].

Одним із ключових проблемних аспектів є розбіжність між задекларованими освітніми цілями та реальними результатами навчання. Навчальні програми спрямовані на формування ймовірнісно-статистичної компетентності, розвиток уміння аналізувати випадкові явища та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності. Водночас результати первинного діагностичного зрізу свідчать, що значна частина учнів володіє лише фрагментарними знаннями, які часто мають формальний характер і не забезпечують усвідомленого використання ймовірнісних міркувань у практичних ситуаціях.

Суттєвою проблемою є також обмежений обсяг і фрагментарність подання стохастичного матеріалу. У більшості навчальних програм тема ймовірності представлена епізодично й не завжди має чітку логічну наступність між класами. Унаслідок цього формування цілісної системи ймовірнісних уявлень ускладнюється, а сама тема часто сприймається учнями як ізольований розділ, слабо пов'язаний з іншими складовими математичної підготовки.

Аналіз підручників виявив певний дисбаланс між теоретичним і практичним компонентами навчання. Значна увага приділяється формальним означенням і правилам обчислення ймовірностей, тоді як експериментальна, дослідницька та практико-орієнтована діяльність представлена недостатньо. За таких умов учні не завжди усвідомлюють зв'язок між теоретичними моделями й

реальними статистичними спостереженнями, що негативно позначається на якості засвоєння навчального матеріалу.

Проблемним аспектом залишається й недостатнє врахування психолого-вікових особливостей учнів. Формалізоване введення ймовірнісних понять без належної опори на інтуїтивний досвід і наочні уявлення призводить до перевантаження учнів абстрактним матеріалом, особливо на рівні середньої школи. Це, у свою чергу, сприяє виникненню хибних уявлень, механічному запам'ятовуванню формул і зниженню навчальної мотивації.

Ще одним суттєвим проблемним чинником є переважання репродуктивних методів навчання. Аналіз завдань у підручниках і результатів письмових робіт учнів показав, що навчальний процес здебільшого орієнтований на відтворення стандартних алгоритмів розв'язування задач. Такий підхід обмежує розвиток стохастичного мислення, уміння інтерпретувати результати та застосовувати ймовірнісні знання в нестандартних і життєвих ситуаціях.

Окрему групу проблем становить недостатнє використання експериментальної діяльності та цифрових технологій. Навчальні експерименти, комп'ютерні симуляції, робота з великими масивами даних застосовуються нерегулярно або взагалі не використовуються. Це значно звужує можливості формування в учнів уявлень про статистичну природу ймовірності та закономірності масових випадкових явищ.

Важливою проблемою у процесі засвоєння ймовірнісних понять є також термінологічна та смислова неоднозначність, притаманна теорії ймовірностей. Розбіжність між науковим і побутовим значенням таких понять, як «випадковість», «ймовірність», «можливість», часто призводить до формування стійких хибних уявлень, які не завжди вдається подолати в межах традиційного навчання. Унаслідок цього учні неправильно тлумачать умови задач і роблять помилкові висновки, що негативно позначається на якості їхніх знань.

Узагальнюючи результати аналітичного дослідження, можна стверджувати, що основні проблеми формування понять випадковості та ймовірності зумовлені поєднанням змістових, методичних і психологічних чинників. Подолання цих

проблем потребує відмови від фрагментарного й надмірно формалізованого викладання на користь цілісної, поетапної методики, орієнтованої на активну пізнавальну діяльність учнів, використання експерименту, наочності та практичного застосування ймовірнісних знань.

Таким чином, результати аналітичного дослідження переконливо обґрунтовують необхідність розробки та експериментальної перевірки методики формування понять випадковості та ймовірності, яка б ураховувала вікові особливості учнів, сучасні освітні вимоги та міжнародні тенденції розвитку математичної освіти [21]. Реалізація такої методики становитиме предмет дослідження в наступному, практичному розділі магістерської роботи.

Узагальнення результатів аналітичного дослідження, проведеного в межах другого розділу магістерської роботи, засвідчує наявність суттєвих проблем у процесі формування понять випадковості та ймовірності в учнів закладів загальної середньої освіти. Аналіз чинних навчальних програм і підручників, результати діагностики рівня сформованості ймовірнісних понять, а також виявлені типові труднощі й причини їх виникнення переконливо свідчать про необхідність удосконалення існуючої методики навчання теорії ймовірностей.

Однією з ключових підстав для такого удосконалення є розбіжність між очікуваними результатами навчання та фактичним рівнем підготовки учнів. Попри те, що сучасні освітні стандарти орієнтовані на формування ймовірнісно-статистичної компетентності, уміння аналізувати випадкові процеси та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності, більшість учнів демонструє лише поверхнєве володіння відповідними поняттями. Це свідчить про те, що традиційні підходи до навчання не забезпечують повною мірою досягнення задекларованих освітніх цілей.

Аналіз навчального змісту показав, що тема ймовірності часто подається фрагментарно та епізодично, без чіткої наступності між різними етапами навчання. У результаті в учнів не формується цілісне уявлення про стохастичні закономірності, а ймовірність сприймається як ізольований розділ математики, слабо пов'язаний з іншими її складовими та реальними життєвими ситуаціями. Це

актуалізує потребу в розробці методики, яка б забезпечувала послідовне й системне формування ймовірнісних понять від початкової до старшої школи.

Виявлені труднощі в навчальній діяльності учнів підтверджують, що переважання формалізованого підходу до вивчення ймовірності є однією з головних причин низької ефективності навчального процесу. Механічне застосування формул і правил без усвідомлення їх змісту не сприяє розвитку стохастичного мислення та формуванню здатності інтерпретувати результати. Це зумовлює необхідність переорієнтації методики навчання з репродуктивного підходу на діяльнісний і дослідницький, що передбачає активну участь учнів у пізнавальному процесі.

Вагомим аргументом на користь удосконалення методики навчання є недостатнє використання експериментальної діяльності та наочних засобів. Результати проведеного дослідження засвідчили, що учні часто зазнають труднощів у співвіднесенні теоретично обчисленої ймовірності з результатами реальних спостережень. Удосконалена методика має передбачати систематичне залучення навчальних експериментів, моделювання випадкових процесів і аналізу статистичних даних, що сприятиме формуванню більш глибокого та усвідомленого розуміння природи ймовірності.

Особливої уваги потребує й урахування психолого-вікових особливостей учнів. Засвоєння ймовірнісних понять має відбуватися поступово — від інтуїтивного сприйняття випадковості до формалізованих математичних моделей. Наявна методика не завжди забезпечує такий послідовний перехід, що нерідко призводить до перевантаження учнів абстрактним матеріалом і формування стійких хибних уявлень. У зв'язку з цим удосконалення методики доцільно будувати на поетапному формуванні понять із опорою на наочність, експериментальну діяльність та рефлексію навчального досвіду учнів.

Додатковим чинником, що зумовлює необхідність оновлення підходів до навчання теорії ймовірностей, є сучасні міжнародні освітні вимоги, зокрема рекомендації та результати досліджень PISA і TIMSS [44]. Ці дослідження акцентують увагу не на відтворенні формул, а на здатності учнів застосовувати

ймовірнісні знання в реальних контекстах, аналізувати дані та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності. Для досягнення таких результатів традиційні підходи потребують суттєвого переосмислення та оновлення.

Таким чином, результати аналітичного дослідження переконливо підтверджують необхідність розробки та впровадження удосконаленої методики формування понять випадковості та ймовірності. Така методика має поєднувати інтуїтивний, експериментальний і формально-теоретичний підходи, урахувати психолого-вікові особливості учнів та відповідати сучасним освітнім стандартам.

Розробка цієї методики, її експериментальна перевірка та аналіз ефективності становитимуть основний зміст практичного розділу магістерської роботи.

Висновок до другого розділу

У другому розділі магістерської роботи проведено комплексне аналітичне дослідження стану формування понять випадковості та ймовірності в учнів у сучасній шкільній практиці. Аналіз охоплював чинні навчальні програми та підручники з математики, результати діагностики рівня сформованості ймовірнісних понять, а також виявлення типових труднощів учнів і причин їх виникнення [18].

У ході аналізу навчальних програм і підручників встановлено, що стохастична лінія в шкільному курсі математики представлена системно, проте її обсяг залишається обмеженим, а подання матеріалу нерідко має фрагментарний характер. Загалом логіка викладу відповідає принципу поступовості та віковим можливостям учнів, однак переважає формалізований підхід, зорієнтований переважно на відпрацювання алгоритмів розв'язування типових задач [15]. Такий підхід не завжди забезпечує глибоке осмислення ймовірнісних понять і їх усвідомлене застосування.

Результати первинного діагностичного зрізу засвідчили, що рівень сформованості понять випадковості та ймовірності у більшості учнів є середнім або нижчим за середній. Учні відчувають труднощі в розумінні статистичної природи

ймовірності, у співвіднесенні теоретичних обчислень із результатами експериментів, а також у застосуванні ймовірнісних знань у практичних і міжпредметних ситуаціях.

Аналіз типових помилок показав, що значна частина виявлених труднощів зумовлена хибними інтуїтивними уявленнями, недостатнім розвитком абстрактного мислення, обмеженим досвідом експериментальної діяльності та термінологічною неоднозначністю понять теорії ймовірностей. Додатковими чинниками виступають домінування репродуктивних методів навчання, недостатнє використання наочності, експериментів і цифрових освітніх засобів.

Узагальнення результатів аналітичного дослідження підтвердило наявність суперечності між сучасними вимогами до математичної освіти — зокрема орієнтацією на компетентнісний підхід і розвиток стохастичного мислення — та реальною практикою навчання теорії ймовірностей у школі. Це зумовлює об'єктивну потребу в удосконаленні методики формування понять випадковості та ймовірності.

Таким чином, результати другого розділу створюють необхідне науково-методичне підґрунтя для розробки, впровадження та експериментальної перевірки ефективної методики формування ймовірнісних понять з урахуванням психолого-вікових особливостей учнів, активного використання експериментальної діяльності та сучасних освітніх підходів, що буде реалізовано в практичному розділі магістерської роботи.

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ПОНЯТЬ ВИПАДКОВОСТІ ТА ЙМОВІРНОСТІ ТА ЇЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА

3.1.Методичні принципи формування ймовірнісних понять

Принцип науковості є одним із фундаментальних дидактичних принципів навчання математики та має визначальне значення у формуванні понять випадковості та ймовірності [22]. Його реалізація передбачає відповідність навчального матеріалу сучасному рівню розвитку математичної науки, коректність уживаних понять і термінів, а також логічну послідовність їх подання в навчальному процесі.

У контексті формування ймовірнісних понять принцип науковості вимагає чіткого розмежування інтуїтивних уявлень учнів про випадковість і наукового трактування стохастичних явищ. Важливо, щоб учні усвідомлювали: випадковість не означає відсутність закономірностей, а ймовірність є кількісною мірою можливості настання події, що ґрунтується на строгих математичних моделях. Тому одним із ключових завдань учителя є поступове узгодження інтуїтивних уявлень учнів із науково обґрунтованими поняттями.

Реалізація принципу науковості передбачає використання коректних математичних означень і точну термінологію. Навіть за умови спрощеного викладу матеріалу, адаптованого до шкільного рівня, важливо уникати спотворення змісту понять, яке може призвести до формування стійких хибних уявлень. Зокрема, під час введення поняття ймовірності доцільно наголошувати на умовах застосування класичного означення, пояснювати його обмеженість і поступово знайомити учнів з іншими підходами — статистичним і геометричним.

Принцип науковості також передбачає логічну узгодженість і системність навчального матеріалу. Формування ймовірнісних понять має спиратися на вже засвоєні знання з комбінаторики, алгебри та геометрії, а нові поняття повинні вводитися на основі чітко визначених передумов. Такий підхід забезпечує цілісність знань і сприяє усвідомленню стохастики як невід’ємної складової математичної науки.

Важливим аспектом науковості є демонстрація зв'язку між теорією та практикою. Учні мають розуміти, що теорія ймовірностей є не лише абстрактною галуззю математики, а й ефективним інструментом аналізу реальних процесів у природничих науках, економіці, соціології, інформатиці. Усвідомлення цих зв'язків сприяє глибшому розумінню сутності ймовірнісних понять і підвищує мотивацію до їх вивчення.

Дотримання принципу науковості також передбачає формування в учнів наукового стилю мислення, який проявляється в умінні обґрунтовувати твердження, робити логічні висновки, аналізувати результати експериментів і критично оцінювати отримані дані. Це особливо важливо у вивченні ймовірності, де результати окремих спостережень можуть не збігатися з теоретичними очікуваннями, а коректні висновки можливі лише на основі аналізу сукупності даних.

Таким чином, принцип науковості у формуванні ймовірнісних понять забезпечує коректність, системність і глибину засвоєння навчального матеріалу. Його реалізація створює надійне методичне підґрунтя для використання інших принципів навчання, зокрема наочності, діяльнісного підходу та практичної спрямованості, які будуть розглянуті в наступних підпунктах цього розділу.

Принцип наочності є одним із ключових методичних принципів у навчанні теорії ймовірностей, оскільки він допомагає подолати абстрактність стохастичних понять і зробити їх більш доступними для сприйняття учнями [23]. Формування понять випадковості та ймовірності потребує опори на конкретний досвід школярів, адже ці поняття не мають безпосереднього матеріального втілення і часто суперечать їхнім інтуїтивним уявленням про причинно-наслідкові зв'язки.

Реалізація принципу наочності передбачає використання різноманітних наочних засобів, які дають змогу учням безпосередньо спостерігати прояви випадковості та аналізувати результати випадкових експериментів. До таких засобів належать предметні моделі (монети, гральні кубики, набори кольорових куль), схеми, таблиці, діаграми, графіки, а також комп'ютерні візуалізації та

симуляції [33]. Їх застосування сприяє формуванню стійких уявлень про випадкові події та закономірності, що лежать в основі ймовірнісних процесів.

Особливо важливу роль принцип наочності відіграє на початкових етапах вивчення ймовірності, коли учні лише починають усвідомлювати сутність випадкових процесів. Проведення простих експериментів із фіксацією результатів дає змогу перейти від абстрактних міркувань до безпосередніх спостережень. Наприклад, багаторазове підкидання монети або кидання грального кубика дозволяє наочно продемонструвати, що результати окремих випробувань є випадковими, проте в сукупності вони виявляють певні закономірності.

Реалізація принципу наочності ґрунтується на поступовому переході від конкретного до абстрактного. Спочатку учні працюють із реальними об'єктами та виконують прості експерименти, далі — узагальнюють результати за допомогою таблиць і діаграм, а згодом переходять до формалізованих математичних моделей і обчислень. Така послідовність сприяє глибшому розумінню змісту ймовірнісних понять і зменшує ризик їх формального засвоєння.

Важливим аспектом реалізації принципу наочності є використання статистичних способів подання даних. Побудова частотних таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків допомагає учням візуально сприймати розподіл результатів випадкових експериментів та співвідносити їх із теоретичними очікуваннями. Така діяльність сприяє розвитку аналітичного мислення й формуванню навичок інтерпретації статистичної інформації.

Суттєво розширюють можливості наочності сучасні інформаційно-комунікаційні технології. Комп'ютерні симуляції дають змогу змодельовати велику кількість повторень випадкових експериментів за короткий проміжок часу, що є особливо цінним для демонстрації статистичних закономірностей. Використання цифрових інструментів не лише підвищує наочність навчального матеріалу, а й сприяє зростанню мотивації учнів та врахуванню їхніх індивідуальних освітніх потреб.

Таким чином, принцип наочності забезпечує ефективне формування ймовірнісних понять шляхом поєднання конкретного досвіду, експериментальної

діяльності та візуалізації результатів. Його реалізація створює умови для глибшого усвідомлення сутності випадковості та ймовірності й є важливою складовою цілісної методики навчання теорії ймовірностей.

Діяльнісний підхід є одним із провідних методологічних принципів сучасної освіти та має особливе значення у формуванні ймовірнісних понять [24]. Його сутність полягає в активному залученні учнів до пізнавальної діяльності, у процесі якої знання не передаються в готовому вигляді, а поступово вибудовуються самими учнями через виконання навчальних дій, аналіз результатів і рефлексію власного досвіду.

У навчанні теорії ймовірностей діяльнісний підхід реалізується насамперед через експериментальну, дослідницьку й аналітичну діяльність. Замість пасивного засвоєння формул і правил учні беруть участь у проведенні випадкових експериментів, висувають припущення щодо можливих результатів, перевіряють їх на практиці та роблять узагальнення. Така організація навчального процесу сприяє усвідомленому розумінню сутності випадковості та ймовірності.

Характерною рисою діяльнісного підходу є поетапність формування навчальних дій. Спочатку учні виконують завдання під керівництвом учителя, а згодом поступово переходять до самостійного планування експериментів, аналізу даних і формулювання висновків. Це сприяє розвитку пізнавальної самостійності, критичного мислення та вмінь працювати з інформацією, що є важливими складовими математичної компетентності.

Застосування діяльнісного підходу дає змогу подолати формалізм у засвоєнні ймовірнісних понять, оскільки учні розуміють не лише *як* виконувати обчислення, а й *чому* отримуються певні результати. Активна участь у навчальній діяльності також позитивно впливає на мотивацію до навчання та формує стійкий інтерес до вивчення математики.

Практична спрямованість є невід'ємною складовою методики формування ймовірнісних понять і передбачає орієнтацію навчального матеріалу на реальні життєві ситуації та практичне застосування знань [25]. Оскільки теорія

ймовірностей має широкий спектр прикладних застосувань, її вивчення доцільно поєднувати з розглядом задач і ситуацій, близьких до повсякденного досвіду учнів.

Реалізація принципу практичної спрямованості полягає в доборі та використанні контекстних задач, що відображають реальні випадкові процеси, з якими учні можуть стикатися в повсякденному житті. До таких ситуацій належать прогнозування погоди, аналіз результатів спортивних змагань, оцінювання ризиків, робота зі статистичними даними, а також випадковий вибір у соціальних та економічних умовах. Залучення подібних прикладів допомагає учням усвідомити прикладну цінність ймовірнісних знань і сформувані вміння застосовувати їх за межами навчального процесу.

Важливою складовою практичної спрямованості є міжпредметна інтеграція. Використання прикладів із фізики, біології, географії, економіки та інформатики наочно демонструє універсальність ймовірнісних методів і сприяє формуванню цілісного наукового світогляду. Такий підхід не лише підвищує пізнавальний інтерес учнів, а й забезпечує перенесення знань у нові навчальні та життєві контексти.

Практична спрямованість навчання також передбачає активне залучення учнів до роботи з реальними даними: збирання, упорядкування та аналіз інформації, побудову таблиць, діаграм і графіків, а також інтерпретацію отриманих результатів. Це сприяє розвитку статистичної грамотності та формуванню вмінь приймати обґрунтовані рішення на основі аналізу даних.

Отже, поєднання діяльнісного підходу з практичною спрямованістю створює сприятливі умови для формування стійких і глибоких ймовірнісних понять. Реалізація цих принципів дозволяє перетворити навчання теорії ймовірностей на активний, осмислений і практично значущий процес, що відповідає сучасним вимогам математичної освіти та потребам учнів.

3.2.Методичні принципи формування ймовірнісних понять

Важливою складовою методики формування понять випадковості та ймовірності є система експериментальних завдань, яка забезпечує активну

пізнавальну участь учнів у навчальному процесі та створює умови для поступового переходу від інтуїтивних уявлень до науково обґрунтованого розуміння стохастичних закономірностей. Саме експериментальні завдання дають змогу школярам не лише ознайомитися з поняттями випадковості та ймовірності, а й безпосередньо спостерігати їх прояви, аналізувати отримані результати й робити власні висновки [26].

Запропонована система експериментальних завдань побудована за принципом поетапного ускладнення. Вона передбачає послідовний перехід від простих спостережень за випадковими подіями до аналізу статистичних закономірностей та зіставлення експериментальних результатів із теоретичними ймовірнісними моделями. Така логіка організації роботи сприяє глибшому усвідомленню сутності випадкових процесів і зменшує ризик формального засвоєння навчального матеріалу.

На початковому етапі доцільно пропонувати завдання, спрямовані на усвідомлення того, що результати окремих подій неможливо точно передбачити заздалегідь, проте за багаторазового повторення вони виявляють певні закономірності. Такі експерименти допомагають учням зробити перші кроки до розуміння статистичної природи ймовірності та підготувати їх до подальшого, більш формалізованого аналізу. Приклади відповідних експериментальних завдань наведено в Додатку А.

Завершальним етапом кожного експериментального завдання є рефлексія, під час якої учні відповідають на запитання:

- Чи збіглися результати з очікуваннями?
- Чому результати експерименту можуть відрізнятися від теоретичних значень?
- Які висновки можна зробити з проведеного досліджу?

Рефлексивний етап має важливе значення для усвідомлення сутності ймовірнісних понять і формування наукового стилю мислення.

Запропонована система експериментальних завдань забезпечує:

- активізацію пізнавальної діяльності учнів;

- подолання хибних інтуїтивних уявлень;
- формування зв'язку між теорією та практикою;
- розвиток умінь аналізувати дані та робити обґрунтовані висновки.

Таким чином, експериментальні завдання виступають ефективним засобом формування понять випадковості та ймовірності та створюють міцну основу для подальшого використання ігрових, життєвих і міжпредметних навчальних ситуацій, розгляд яких буде здійснено в наступних підпунктах.

Ефективне формування понять випадковості та ймовірності неможливе без залучення учнів до навчальних ситуацій, максимально наближених до реального життя. Саме ігрові та життєві ситуації виконують важливу дидактичну функцію, оскільки дозволяють поєднати абстрактні математичні уявлення з повсякденним досвідом школярів, підвищують мотивацію до навчання та сприяють більш усвідомленому засвоєнню ймовірнісних закономірностей.

Запропонована система ігрових і життєвих ситуацій спрямована на розвиток стохастичного мислення, уміння аналізувати випадкові події та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності. Вона побудована з урахуванням вікових особливостей учнів і передбачає поступовий перехід від простих ігрових моделей до складніших життєвих сценаріїв, що відображають реальні ситуації вибору та ризику.

Ігрові ситуації створюють природне середовище для сприйняття випадковості, адже більшість ігор містить елементи випадкового вибору, прогнозування результатів і прийняття рішень за неповної інформації [45]. Завдяки цьому учні інтуїтивно засвоюють базові ймовірнісні уявлення, які згодом набувають формалізованого математичного змісту. Приклади ігрових навчальних ситуацій наведено в Додатку Б.

Особливо значущу роль ігрові та життєві ситуації відіграють під час організації групової роботи. У процесі спільного обговорення умов задач учні мають можливість зіставляти різні підходи до розв'язання, аргументувати власну позицію та робити узагальнені висновки. Такий формат роботи сприяє розвитку

комунікативних умінь, критичного мислення й рефлексії, що є важливими складовими сучасної математичної компетентності.

Використання ігрових і життєвих ситуацій у навчанні теорії ймовірностей забезпечує:

- підвищення пізнавального інтересу та мотивації учнів;
- формування практичного розуміння ймовірнісних понять;
- розвиток умінь аналізувати інформацію та робити обґрунтовані висновки;
- перенесення математичних знань у реальні життєві контексти.

Таким чином, ігрові та життєві ситуації виступають ефективним засобом формування понять випадковості та ймовірності та створюють міцне підґрунтя для подальшої інтеграції ймовірнісних знань з іншими навчальними дисциплінами.

Формування уявлень про випадковість і ймовірність є значно результативнішим за умови реалізації міжпредметних зв'язків, адже стохастичні методи широко застосовуються в різних галузях наукового знання та практичної діяльності людини. Залучення матеріалу з інших навчальних предметів дає змогу учням побачити універсальний характер ймовірнісного підходу, підвищує інтерес до вивчення математики та сприяє перенесенню здобутих знань у нові навчальні й життєві контексти.

Міжпредметні зв'язки в навчанні теорії ймовірностей реалізуються через систему вправ і навчальних ситуацій, у яких математичні поняття поєднуються з реальними об'єктами та процесами, що розглядаються на уроках інших дисциплін [28]. Такий підхід відповідає компетентнісній спрямованості сучасної освіти та сприяє формуванню в учнів цілісного наукового світогляду [42].

Зокрема, у курсах фізики, біології та географії учні регулярно стикаються з явищами, що мають випадковий або статистичний характер. Залучення подібних прикладів у процесі навчання математики дозволяє наочно продемонструвати прикладне значення ймовірнісних понять і підкреслити їх роль у поясненні процесів навколишнього світу.

Приклад 1. Фізика

Під час вивчення тем, пов'язаних із молекулярно-кінетичною теорією, учням пропонується розглянути випадковий рух частинок. Учні аналізують, чому окремі траєкторії руху є непередбачуваними, але середні характеристики процесу підпорядковуються закономірностям.

Дидактична мета:

- показати зв'язок між випадковими процесами та статистичними законами;
- сформувати уявлення про масові випадкові явища.

Приклад 2. Біологія

При розгляді спадковості або мутацій учні аналізують ймовірність появи певних ознак у потомства. Завдання передбачає побудову простих ймовірнісних моделей на основі генетичних схем.

Дидактична мета:

- продемонструвати використання ймовірності в біологічних процесах;
- розвинути навички застосування математичних моделей у природничих науках.

Ймовірнісні методи широко застосовуються в економіці, соціології та правознавстві для аналізу ризиків, прогнозування та прийняття рішень.

Приклад 3. Економіка

Учням пропонується проаналізувати ризики фінансових рішень (вкладення коштів, страхування, кредитування) з використанням ймовірнісних оцінок.

Дидактична мета:

- сформувати уявлення про ризик як ймовірнісну категорію;
- навчити оцінювати наслідки випадкових подій.

Приклад 4. Соціологія та правознавство

Розглядаються результати соціологічних опитувань, вибіркові дослідження, статистика правопорушень. Учні аналізують достовірність результатів і роблять висновки щодо можливих похибок.

Дидактична мета:

- сформувати критичне ставлення до статистичної інформації;

- розвинути навички інтерпретації даних.

Особливо важливими є міжпредметні зв'язки з інформатикою, де активно використовуються випадкові процеси, алгоритми та моделювання.

Приклад 5. Інформатика

Учні працюють із комп'ютерними програмами або симуляторами, що генерують випадкові числа, та аналізують результати багаторазових експериментів.

Дидактична мета:

- продемонструвати алгоритмічну природу моделювання випадкових процесів;
- сформувати навички аналізу великих масивів даних.

Використання міжпредметних зв'язків у навчанні теорії ймовірностей забезпечує:

- інтеграцію знань з різних навчальних дисциплін;
- підвищення мотивації учнів через практичну значущість матеріалу;
- формування цілісного уявлення про роль ймовірнісних методів у пізнанні світу;
- розвиток умінь застосовувати математичні знання в нових ситуаціях.

Отже, міжпредметні зв'язки посідають важливе місце в системі вправ і навчальних ситуацій, спрямованих на формування понять випадковості та ймовірності. Їх цілеспрямоване використання сприяє глибшому осмисленню стохастичних закономірностей, розширює навчальний досвід учнів і створює надійне методичне підґрунтя для реалізації педагогічного експерименту, опис якого подано в наступному підрозділі [29].

3.3. Організація та проведення педагогічного експерименту

Педагогічний експеримент є важливою складовою дослідження, оскільки саме він дає змогу перевірити ефективність розробленої методики формування в учнів понять випадковості та ймовірності в реальних умовах навчального процесу. Його організація та проведення здійснювалися з урахуванням мети дослідження,

вікових і психологічних особливостей учнів, а також загальноприйнятих вимог до проведення педагогічних експериментів.

Педагогічний експеримент реалізовувався у три логічно пов'язані між собою етапи: констатувальний, формувальний та контрольний. Кожен із цих етапів мав чітко визначені завдання, зміст і методи реалізації, що забезпечувало послідовність і цілісність експериментального дослідження.

Метою *констатувального етапу* було визначення початкового рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів, а також виявлення типових труднощів і хибних уявлень, що виникають у процесі їх засвоєння [30]. На цьому етапі застосовувалися різноманітні діагностичні методики, описані в підрозділі 2.2, зокрема тестові завдання, анкетування, аналіз письмових робіт та педагогічне спостереження за навчальною діяльністю учнів.

Результати констатувального етапу дали змогу здійснити розподіл учнів за рівнями сформованості ймовірнісних понять (низький, середній, достатній) і стали підґрунтям для подальшого планування формувального етапу експерименту. Отримані дані переконливо засвідчили потребу в цілеспрямованому методичному впливі та вдосконаленні процесу навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.

Формувальний етап експерименту був основним і передбачав упровадження розробленої методики формування понять випадковості та ймовірності в експериментальній групі учнів. Навчальний процес організовувався з опорою на принципи науковості, наочності, діяльнісного підходу та практичної спрямованості, що дозволило активізувати пізнавальну діяльність учнів і створити умови для усвідомленого засвоєння ймовірнісних понять.

На цьому етапі активно використовувалися:

- експериментальні завдання та навчальні досліді;
- ігрові й життєві ситуації;
- міжпредметні зв'язки;
- групові та індивідуальні форми роботи.

Особлива увага в ході формувального етапу приділялася організації рефлексивної діяльності учнів, аналізу результатів проведених експериментів та їх зіставленню з теоретичними ймовірнісними моделями. Учні залучалися до обговорення отриманих результатів, формулювання висновків і оцінювання власних припущень. У контрольній групі навчальний процес здійснювався за традиційною методикою без використання розробленої системи вправ і спеціально організованої експериментальної діяльності.

Метою *контрольного етапу* педагогічного експерименту було визначення результативності формувального впливу та здійснення порівняльного аналізу рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в експериментальній і контрольній групах. Для цього застосовувалися ті самі діагностичні інструменти, що й на констатувальному етапі, що забезпечило об'єктивність, надійність і зіставність отриманих результатів.

Результати контрольного етапу дали змогу простежити динаміку змін у знаннях, уміннях і ставленні учнів до вивчення теорії ймовірностей. Проведений порівняльний аналіз засвідчив позитивний вплив запропонованої методики на рівень сформованості ймовірнісних понять в учнів експериментальної групи порівняно з контрольною.

Таким чином, поетапна організація педагогічного експерименту забезпечила цілісне та системне дослідження ефективності методики формування понять випадковості та ймовірності. Чітке визначення завдань кожного етапу, використання адекватних методів дослідження та логічна послідовність їх реалізації створили умови для отримання достовірних і науково обґрунтованих результатів.

З метою перевірки ефективності розробленої методики було організовано педагогічний експеримент, у якому взяли участь учні закладу загальної середньої освіти. Формування вибірки здійснювалося з урахуванням мети дослідження, вікових особливостей учнів і вимог до репрезентативності педагогічних експериментів.

У дослідженні брали участь учні середньої та старшої школи, для яких вивчення елементів теорії ймовірностей передбачене чинною навчальною програмою з математики. Загальна кількість учасників експерименту становила 10 осіб, які були розподілені на експериментальну та контрольну групи.

Експериментальну групу склали 5 учнів, навчання яких здійснювалося із застосуванням розробленої методики формування ймовірнісних понять. До контрольної групи увійшли 5 учнів, які навчалися за традиційною методикою відповідно до чинних програм і підручників. Розподіл учнів на групи проводився з урахуванням приблизно однакового рівня навчальних досягнень з математики, визначеного за результатами попереднього навчання та констатувального етапу експерименту [37].

За віковими характеристиками учасники експерименту належали до однієї вікової категорії, що забезпечило порівнюваність результатів. Учні навчалися в подібних умовах, мали однакову кількість навчальних годин з математики та працювали за єдиними програмними вимогами. Це дозволило мінімізувати вплив зовнішніх чинників на результати дослідження.

Соціально-педагогічні умови навчання в обох групах були співставними: заняття проводилися в аналогічних класних умовах, за подібного рівня матеріально-технічного забезпечення та з дотриманням санітарно-гігієнічних норм. Викладання математики здійснювалося вчителями з відповідною фаховою підготовкою та педагогічним стажем.

На констатувальному етапі експерименту було встановлено, що рівень сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів експериментальної та контрольної груп не мав статистично значущих відмінностей. Це підтвердило коректність формування вибірки й створило необхідні умови для об'єктивного порівняння результатів після завершення формувального етапу.

Отже, сформована вибірка є репрезентативною та відповідає основним вимогам педагогічного експерименту. Її характеристика забезпечує достовірність і наукову обґрунтованість отриманих результатів, аналіз яких буде подано в наступному підрозділі магістерської роботи.

Ефективність педагогічного експерименту значною мірою залежить від дотримання належних організаційних, методичних і психолого-педагогічних умов. У межах цього дослідження умови проведення експерименту були спеціально спроектовані з метою забезпечення об'єктивності результатів і перевірки ефективності розробленої методики формування понять випадковості та ймовірності.

Педагогічний експеримент проводився в природних умовах освітнього процесу, без втручання у структуру навчального року та без порушення чинного розкладу занять. Навчальна діяльність здійснювалася відповідно до державних навчальних програм з математики, що дало змогу органічно інтегрувати експериментальну методику в реальний освітній процес без додаткового навчального навантаження для учнів.

Однією з ключових умов проведення експерименту було забезпечення однакових навчальних умов для експериментальної та контрольної груп. Обидві групи навчалися за однаковою кількістю навчальних годин, відповідно до одного навчального плану та єдиних програмних вимог. Це створило передумови для коректного порівняння результатів навчання й дозволило мінімізувати вплив сторонніх чинників на перебіг експерименту.

Важливим чинником ефективності експерименту стало належне методичне забезпечення навчального процесу. Для учнів експериментальної групи було спеціально розроблено та впроваджено комплекс навчальних матеріалів, що включав систему експериментальних завдань, ігрові та життєві навчальні ситуації, а також вправи з реалізацією міжпредметних зв'язків [27]. У контрольній групі навчання здійснювалося за традиційною методикою з використанням стандартних підручників і навчально-методичних посібників.

Психолого-педагогічні умови проведення експерименту передбачали урахування вікових та індивідуальних особливостей учнів, створення доброзичливої та підтримувальної навчальної атмосфери, а також заохочення пізнавальної активності й самостійності школярів. Особливу увагу було приділено формуванню позитивної мотивації до вивчення теорії ймовірностей, підтримці

інтересу до експериментальної та дослідницької діяльності, розвитку впевненості учнів у власних можливостях.

Суттєвою умовою успішності експерименту стало систематичне використання наочності та практичної діяльності. Навчальні експерименти, робота з таблицями, діаграмами й схемами, а також застосування цифрових засобів моделювання випадкових процесів сприяли глибшому розумінню ймовірнісних закономірностей і підвищенню результативності навчання.

З метою забезпечення об'єктивності результатів експерименту здійснювався постійний педагогічний контроль за навчальною діяльністю учнів. Контроль включав поточне оцінювання, аналіз письмових робіт, спостереження за активністю учнів під час виконання навчальних завдань, а також рефлексію результатів експериментальної діяльності. Отримані дані систематично фіксувалися та використовувалися для подальшого кількісного й якісного аналізу.

Отже, створені організаційні, методичні та психолого-педагогічні умови забезпечили цілісність, наукову обґрунтованість і достовірність педагогічного експерименту. Їх дотримання дозволило об'єктивно оцінити вплив розробленої методики на рівень сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів, результати чого буде детально проаналізовано в наступному підрозділі магістерської роботи.

3.4. Аналіз результатів педагогічного експерименту

Аналіз результатів педагогічного експерименту був спрямований на оцінювання ефективності розробленої методики формування понять випадковості та ймовірності в учнів. Для досягнення цієї мети було проведено кількісний і якісний аналіз даних, отриманих на констатувальному та контрольному етапах експерименту, з подальшим зіставленням результатів експериментальної та контрольної груп [31].

З метою забезпечення об'єктивності оцінювання ефективності запропонованої методики здійснювався комплексний аналіз результатів педагогічного експерименту. Основою для нього слугували дані, зібрані під час

констатувального та контрольного етапів дослідження, які було узагальнено у вигляді порівняльних таблиць і графічних матеріалів.

Кількісний аналіз передбачав порівняння відсоткового розподілу учнів за рівнями сформованості понять випадковості та ймовірності (низький, середній, достатній) у контрольній та експериментальній групах до і після проведення формувального етапу експерименту. Такий підхід дав змогу простежити динаміку змін у навчальних досягненнях учнів та оцінити вплив запропонованої методики на результати навчання.

Результати констатувального етапу засвідчили, що на початку експерименту більшість учнів як експериментальної, так і контрольної груп перебували на низькому або середньому рівнях сформованості ймовірнісних понять. Частка учнів із достатнім рівнем була незначною, що свідчить про наявність спільних труднощів у засвоєнні стохастичного матеріалу в умовах традиційного навчання математики.

Після завершення формувального етапу експерименту в експериментальній групі зафіксовано істотні кількісні зміни:

- значне зменшення частки учнів із низьким рівнем сформованості понять;
- помітне зростання частки учнів із достатнім рівнем;
- стабілізацію середнього рівня з тенденцією до переходу в достатній.

У контрольній групі також було зафіксовано певні позитивні зрушення, однак вони мали менш виражений характер і не спричинили істотних змін у розподілі учнів за рівнями сформованості ймовірнісних понять. Це дає підстави стверджувати, що виявлена позитивна динаміка в експериментальній групі не є випадковою, а зумовлена цілеспрямованим упровадженням розробленої методики навчання.

Отже, результати кількісного аналізу переконливо підтверджують ефективність експериментального впливу та його перевагу порівняно з традиційною методикою навчання теорії ймовірностей.

На констатувальному етапі експерименту показники експериментальної та контрольної груп були співмірними. Більшість учнів обох груп перебувала на низькому або середньому рівнях сформованості понять випадковості та ймовірності, що засвідчило однорідність вибірки та коректність організації педагогічного експерименту.

Отримані кількісні результати свідчать, що систематичне використання експериментальних завдань, ігрових і життєвих навчальних ситуацій, а також міжпредметних зв'язків сприяло більш глибокому й усвідомленому засвоєнню ймовірнісних понять. Загальна позитивна динаміка показників в експериментальній групі підтверджує результативність запропонованої методики формування понять випадковості та ймовірності.

Якісний аналіз результатів педагогічного експерименту здійснювався на основі систематичних спостережень за навчальною діяльністю учнів, аналізу їхніх усних відповідей, письмових робіт і виконання експериментальних завдань. Особлива увага приділялася характеру міркувань учнів, умінню аргументовано обґрунтовувати власні висновки та застосовувати ймовірнісні знання в нових, нестандартних навчальних ситуаціях.

У процесі формувального експерименту в учнів експериментальної групи спостерігалось:

- зменшення кількості хибних інтуїтивних уявлень щодо випадковості та ймовірності;
- підвищення усвідомленості у використанні понять «ймовірність», «випадкова подія», «частота»;
- покращення вмінь співвідносити експериментальні результати з теоретичними моделями;
- зростання пізнавальної активності та зацікавленості у виконанні навчальних завдань.

У процесі формувального навчання учні експериментальної групи почали частіше використовувати логічні міркування, аргументувати власні відповіді та самостійно формулювати висновки на основі аналізу отриманих даних. Помітно

зросла їхня здатність застосовувати ймовірнісні знання в практичних і міжпредметних ситуаціях, що є важливим показником розвитку стохастичного мислення та усвідомленого розуміння навчального матеріалу [40].

У контрольній групі позитивні зміни також мали місце, однак вони були менш вираженими. Учні здебільшого орієнтувалися на формальне використання формул і правил обчислення ймовірності, тоді як кількість помилок, пов'язаних із некоректним тлумаченням ймовірнісних понять, залишалася відносно високою. Це свідчить про обмежені можливості традиційної методики щодо формування глибокого розуміння стохастичних закономірностей.

Поєднання кількісного та якісного аналізу результатів педагогічного експерименту дає підстави зробити обґрунтований висновок про ефективність запропонованої методики формування понять випадковості та ймовірності. Отримані результати переконливо засвідчують, що систематичне використання експериментальних завдань, ігрових і життєвих навчальних ситуацій, а також міжпредметних зв'язків сприяє глибшому осмисленню ймовірнісних закономірностей і розвитку стохастичного мислення учнів.

Таким чином, результати педагогічного експерименту підтверджують доцільність і результативність розробленої методики, що створює надійне підґрунтя для формулювання висновків до третього розділу та загальних висновків магістерської роботи.

Для наочного й об'єктивного подання результатів педагогічного експерименту були використані порівняльні таблиці, які дозволяють зіставити рівень сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів експериментальної та контрольної груп на різних етапах дослідження [32]. Табличне представлення результатів забезпечує системність аналізу та полегшує інтерпретацію отриманих даних.

Основою для побудови порівняльних таблиць стали результати констатувального та контрольного етапів експерименту. Оцінювання рівня сформованості ймовірнісних понять здійснювалося за трьома рівнями: низьким, середнім і достатнім (високим).

Порівняльний аналіз результатів констатувального етапу засвідчив, що розподіл учнів за рівнями сформованості понять випадковості та ймовірності в експериментальній і контрольній групах був майже однаковим. Це підтверджує однорідність вибірки та створює необхідні передумови для об'єктивної оцінки результатів формувального експерименту.

Таблиця 3.1.

Рівень сформованості понять випадковості та ймовірності учнів на констатувальному етапі експерименту

Рівень сформованості	Контрольна група (%)	Експериментальна група (%)	Рівень сформованості
Низький	42	44	Низький
Середній	46	45	Середній
Достатній	12	11	Достатній

Аналіз поданих у таблиці даних показує, що на початку експерименту більшість учнів як експериментальної, так і контрольної груп перебувала на низькому та середньому рівнях сформованості ймовірнісних понять. Такий розподіл результатів підтверджує наявність суттєвих труднощів у засвоєнні теми та обґрунтовує необхідність цілеспрямованого методичного впливу в процесі навчання.

Після завершення формувального етапу було проведено контрольний зріз навчальних досягнень, результати якого відображено в порівняльній таблиці. Отримані дані засвідчують помітні позитивні зміни в експериментальній групі, які є значно вираженішими, ніж у контрольній. Це свідчить про ефективність впровадженої методики та її позитивний вплив на рівень сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів.

Таблиця 3.2.

**Рівень сформованості понять випадковості та ймовірності учнів на
контрольному етапі експерименту**

Рівень сформованості	Контрольна група (%)	Експериментальна група (%)	Рівень сформованості
Низький	31	14	Низький
Середній	49	38	Середній
Достатній	20	48	Достатній

Порівняння результатів, поданих у таблиці, свідчить про суттєві зміни в експериментальній групі. Зокрема, помітно зросла частка учнів, які досягли достатнього рівня сформованості ймовірнісних понять, водночас кількість учнів із низьким рівнем істотно скоротилася. Це вказує на позитивний вплив упровадженої методики на якість засвоєння навчального матеріалу.

У контрольній групі також простежується певна позитивна динаміка, однак вона має менш виражений характер і не призводить до таких значних змін у структурі рівнів сформованості, як в експериментальній групі.

Для поглиблення аналізу доцільно простежити динаміку змін рівнів сформованості понять випадковості та ймовірності в кожній групі шляхом порівняння результатів до та після проведення формувального експерименту.

Таблиця 3.3.

Динаміка рівнів сформованості понять випадковості та ймовірності

Група	Етап	Низький (%)	Середній (%)	Достатній (%)
Контрольна	До експерименту	42	46	12
Контрольна	Після експерименту	31	49	20
Експериментальна	До експерименту	44	45	11
Експериментальна	Після експерименту	14	38	48

Наведені результати переконливо свідчать про те, що впровадження розробленої методики сприяло помітному підвищенню рівня сформованості ймовірнісних понять в експериментальній групі. Зафіксовані зміни мають виразний позитивний характер і суттєво перевищують відповідні показники, отримані в контрольній групі.

Аналіз порівняльних таблиць дає підстави зробити висновок про ефективність експериментальної методики, побудованої на засадах діяльнісного підходу, систематичного використання експериментальних завдань, ігрових і життєвих ситуацій, а також міжпредметних зв'язків. Табличні дані засвідчують, що запропонована система вправ забезпечує не лише кількісне зростання навчальних досягнень учнів, а й якісні зміни в структурі їхніх знань, умінь і способів міркування.

Таким чином, застосування порівняльних таблиць дозволяє здійснити науково обґрунтований аналіз результатів педагогічного експерименту та виступає важливим інструментом підтвердження результативності розробленої методики формування понять випадковості та ймовірності.

З метою наочного подання результатів педагогічного експерименту та полегшення їх інтерпретації було використано діаграми, які дають змогу візуально відобразити динаміку змін рівня сформованості ймовірнісних понять у контрольній та експериментальній групах. Поєднання діаграм із порівняльними таблицями забезпечує цілісність і наочність кількісного аналізу результатів дослідження.

Діаграмне подання інформації дозволяє чітко простежити співвідношення між різними рівнями сформованості понять випадковості та ймовірності на окремих етапах експерименту, а також наочно виявити відмінності між результатами контрольної й експериментальної груп.

На констатувальному етапі експерименту було побудовано стовпчикові діаграми, що відображають розподіл учнів контрольної та експериментальної груп за рівнями сформованості ймовірнісних понять. Аналіз цих діаграм показує, що на початковому етапі дослідження структура результатів у двох групах була майже

ідентичною, що підтверджує їх порівнюваність та коректність подальшого експериментального аналізу.

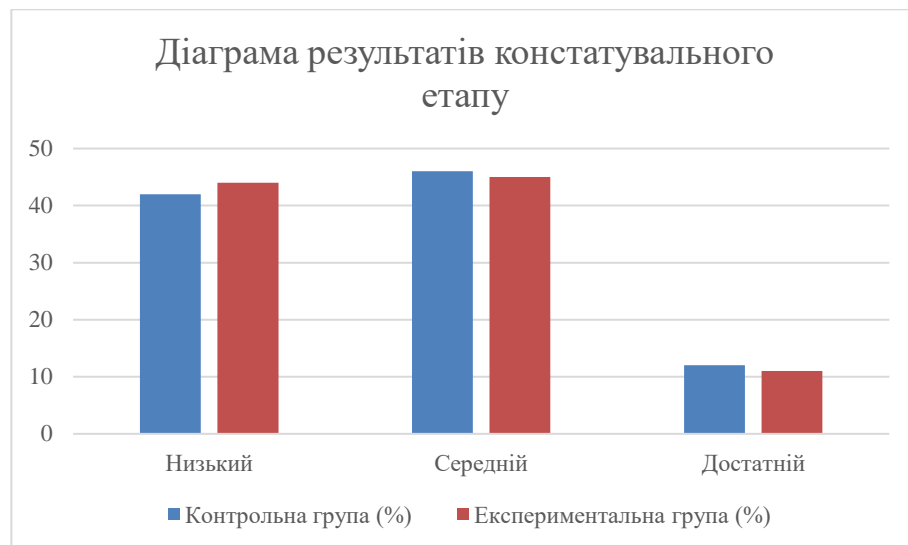


Рис.3.1. Діаграма результатів констатувального етапу

Переважна частина учнів обох груп перебувала на низькому та середньому рівнях, а частка учнів із достатнім рівнем була незначною. Така візуальна картина підтверджує однорідність вибірки та створює підґрунтя для об'єктивного порівняння результатів після формульального етапу експерименту.

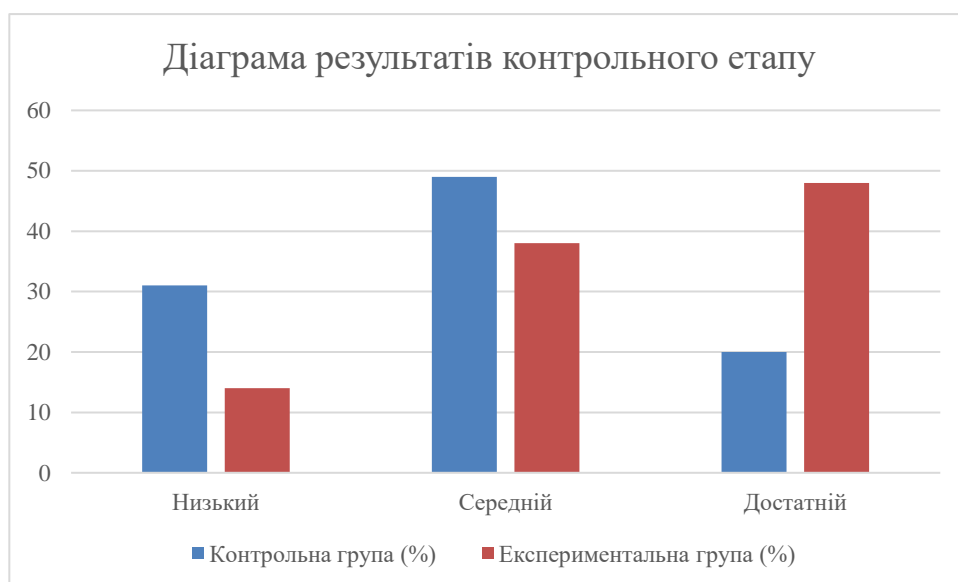


Рис.3.2. Діаграма результатів контрольного етапу

Після завершення формульального етапу педагогічного експерименту було побудовано діаграми, що відображають розподіл учнів контрольної та

експериментальної груп за рівнями сформованості ймовірнісних понять. Їх аналіз дає змогу наочно оцінити вплив упровадженої методики на результати навчання.

Візуальне зіставлення діаграм показує, що в експериментальній групі відбулися помітні позитивні зміни. Зокрема, суттєво зросла кількість учнів, які досягли достатнього рівня сформованості понять випадковості та ймовірності, водночас частка учнів із низьким рівнем значно зменшилася [35]. Це свідчить про ефективність цілеспрямованого методичного впливу в процесі формувального навчання.

У контрольній групі також простежується певна позитивна динаміка, однак вона є менш інтенсивною та не призводить до істотної зміни структури рівнів сформованості ймовірнісних понять. Отримані результати підтверджують, що спостережувані зміни в експериментальній групі не є випадковими, а зумовлені саме застосуванням розробленої методики.

З метою поглибленого аналізу результатів було побудовано порівняльні діаграми, які відображають динаміку змін рівнів сформованості понять випадковості та ймовірності в кожній групі до і після проведення формувального експерименту. Такі діаграми наочно демонструють відмінності не лише в характері, а й у темпах і масштабах змін між експериментальною та контрольними групами.

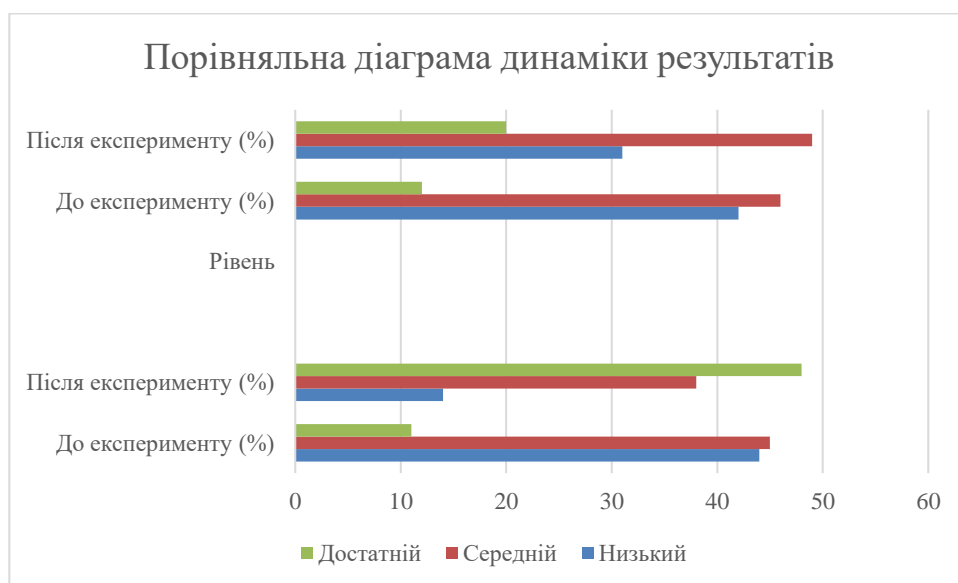


Рис.3.3. Порівняльна діаграма динаміки результатів

В експериментальній групі чітко простежується суттєвий перерозподіл рівнів сформованості ймовірнісних понять: значно зменшується частка учнів із низьким рівнем і водночас помітно зростає кількість учнів, які досягли достатнього рівня. У контрольній групі зміни відбуваються більш поступово й не наближаються за масштабами до результатів експериментальної групи, що підтверджує результативність розробленої методики навчання [36].

Застосування діаграм дає змогу не лише підтвердити висновки, отримані на основі кількісного аналізу, а й наочно продемонструвати якісні зрушення в структурі навчальних досягнень учнів. Візуальне подання результатів полегшує їх сприйняття, сприяє глибшому осмисленню ефективності педагогічного впливу та слугує переконливим доказом результативності експериментальної роботи.

Отже, аналіз діаграм підтверджує, що впровадження системи експериментальних завдань, ігрових і життєвих ситуацій, а також міжпредметних зв'язків істотно сприяло підвищенню рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів експериментальної групи. Отримані результати узгоджуються з даними порівняльних таблиць і свідчать про досягнення поставленої мети педагогічного експерименту.

Висновок до третього розділу

У третьому розділі магістерської роботи представлено розробку, упровадження та експериментальну перевірку методики формування понять випадковості та ймовірності в учнів, що становить основний практичний результат проведеного дослідження. Запропонована методика спирається на сучасні дидактичні підходи до навчання математики та спрямована на подолання труднощів і суперечностей у засвоєнні стохастичних понять, виявлених у попередніх розділах роботи.

У процесі дослідження було обґрунтовано методичні принципи формування ймовірнісних понять, зокрема принципи науковості, наочності, діяльнісного підходу та практичної спрямованості. Їх реалізація забезпечує науково коректне подання навчального матеріалу, опору на особистий досвід учнів, активне

залучення до пізнавальної діяльності та тісний зв'язок теоретичних знань із практикою. Поєднання зазначених принципів створює умови для поступового переходу від інтуїтивного сприйняття випадковості до свідомого використання ймовірнісних міркувань.

Вагомим результатом третього розділу стала розробка системи вправ і навчальних ситуацій для формування понять випадковості та ймовірності. Запропонована система охоплює експериментальні завдання, ігрові та життєві ситуації, а також вправи з міжпредметними зв'язками. Така організація навчального матеріалу сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, підвищенню їхньої мотивації до вивчення теорії ймовірностей і формуванню вмінь застосовувати математичні знання в різних навчальних і життєвих контекстах.

Особливу увагу в розділі приділено організації та проведенню педагогічного експерименту. Чітке визначення його етапів — констатувального, формувального та контрольного, обґрунтований добір вибірки й забезпечення однакових умов навчання для контрольної та експериментальної груп дали змогу отримати об'єктивні й достовірні результати. Проведення експерименту в природних умовах освітнього процесу підтвердило можливість практичного впровадження розробленої методики без порушення структури навчального року.

Аналіз результатів педагогічного експерименту, здійснений на основі кількісних і якісних показників, порівняльних таблиць і діаграм, засвідчив позитивну динаміку рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів експериментальної групи [34]. Кількісний аналіз виявив істотне зростання частки учнів із достатнім рівнем сформованості ймовірнісних понять і зменшення кількості учнів із низьким рівнем. Якісний аналіз показав зміни в характері навчальної діяльності школярів: підвищилася усвідомленість використання ймовірнісних понять, покращилися вміння аналізувати результати експериментів, аргументувати власні висновки та застосовувати набуті знання в нових ситуаціях.

Отримані результати дають підстави стверджувати, що розроблена методика є ефективною та педагогічно доцільною. Вона забезпечує не лише підвищення рівня навчальних досягнень учнів, а й сприяє формуванню елементів

стохастичного мислення, що відповідає сучасним вимогам математичної освіти та орієнтації на компетентнісний підхід.

Таким чином, матеріали третього розділу магістерської роботи підтверджують можливість цілеспрямованого й результативного формування понять випадковості та ймовірності в учнів за умови використання спеціально розробленої методики. Отримані висновки створюють науково-методичне підґрунтя для узагальнення результатів дослідження та формулювання загальних висновків магістерської роботи.

ВИСНОВКИ

Магістерська робота присвячена дослідженню проблеми формування в учнів понять випадковості та ймовірності — однієї з актуальних тем сучасної математичної освіти. Її значущість зумовлена процесами модернізації освітнього простору, упровадженням компетентнісного підходу та орієнтацією навчання на розвиток критичного й стохастичного мислення. Зростання ролі ймовірнісно-статистичних знань у повсякденному житті, необхідність підготовки школярів до прийняття рішень в умовах невизначеності, а також недостатній рівень сформованості відповідних понять у шкільній практиці визначили актуальність обраної теми дослідження [41].

У процесі роботи було досягнуто поставленої мети — теоретично обґрунтовано та експериментально перевірено методику формування понять випадковості та ймовірності в учнів. Для її реалізації виконано комплекс взаємопов'язаних завдань, що охоплювали аналіз наукових джерел, вивчення психолого-педагогічних особливостей засвоєння ймовірнісних понять, аналіз чинних навчальних програм і підручників з математики, розробку авторської методики та перевірку її ефективності в умовах педагогічного експерименту.

У першому розділі роботи здійснено ґрунтовний теоретичний аналіз поняття випадковості в науковому й педагогічному контексті. Розглянуто філософське, математичне та психологічне трактування випадковості, що дало змогу показати багатовимірність цього поняття та пояснити складність його засвоєння учнями. Встановлено, що формування уявлень про випадковість потребує цілеспрямованої педагогічної роботи, оскільки інтуїтивні уявлення школярів часто не збігаються з науковим змістом стохастичних понять.

У цьому ж розділі проаналізовано сутність поняття ймовірності, розкрито класичне, статистичне та геометричне тлумачення ймовірності, а також простежено еволюцію введення цього поняття в шкільному курсі математики. З'ясовано, що хоча сучасні навчальні програми декларують орієнтацію на компетентнісне навчання, на практиці учні нерідко засвоюють ймовірність формально, без глибокого розуміння її змісту та практичного значення.

Особливу увагу приділено психолого-педагогічним особливостям засвоєння ймовірнісних понять. Установлено, що типові помилки учнів пов'язані з хибними інтуїтивними уявленнями, ототожненням ймовірності з гарантією настання події, нерозумінням відмінності між частотою та ймовірністю. Проаналізовано також вітчизняний і зарубіжний досвід навчання теорії ймовірностей, зокрема вимоги міжнародних досліджень PISA і TIMSS, які акцентують увагу на розвитку прикладного та стохастичного мислення учнів.

Другий розділ роботи має аналітичний характер і спрямований на дослідження реального стану проблеми формування понять випадковості та ймовірності в сучасній шкільній практиці. У ньому проаналізовано чинні навчальні програми та підручники з математики з позицій місця теми ймовірності в курсі, логіки подання матеріалу та відповідності віковим можливостям учнів. Установлено, що, попри наявність необхідного теоретичного змісту, використовувані методичні підходи не завжди забезпечують глибоке й усвідомлене розуміння ймовірнісних понять.

У межах другого розділу проведено діагностику рівня сформованості понять випадковості та ймовірності в учнів, яка засвідчила переважання низького та середнього рівнів засвоєння матеріалу. Проаналізовано типові труднощі та причини їх виникнення, серед яких провідне місце посідають недостатнє використання наочності, обмежений досвід експериментальної діяльності та орієнтація навчання переважно на формальні обчислення. Узагальнення результатів аналітичного дослідження підтвердило необхідність удосконалення методики навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики.

Третій розділ магістерської роботи є ключовим, оскільки саме в ньому представлено розробку та експериментальну перевірку авторської методики формування понять випадковості та ймовірності. Запропонована методика ґрунтується на принципах науковості, наочності, діяльнісного підходу та практичної спрямованості навчання й передбачає поетапне формування ймовірнісних понять — від інтуїтивного їх сприйняття до усвідомленого та практично значущого застосування.

У межах розділу розроблено систему вправ і навчальних ситуацій, що поєднує експериментальні завдання, ігрові та життєві ситуації, а також міжпредметні зв'язки. Така організація навчального матеріалу сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, підвищує їхню мотивацію до вивчення математики та створює умови для формування стохастичного мислення. Особливу увагу приділено використанню експерименту й рефлексії як засобів подолання хибних інтуїтивних уявлень і переходу до науково обґрунтованих міркувань.

Ефективність розробленої методики перевірялася в ході педагогічного експерименту, який включав констатувальний, формувальний і контрольний етапи. Кількісний аналіз результатів експерименту, поданий у вигляді порівняльних таблиць і діаграм, засвідчив істотне зростання частки учнів із достатнім рівнем сформованості понять випадковості та ймовірності в експериментальній групі порівняно з контрольною. Водночас якісний аналіз показав позитивні зміни в характері мислення учнів [38]: зросла усвідомленість використання ймовірнісних понять, уміння аналізувати результати та застосовувати здобуті знання в практичних ситуаціях.

Отже, результати дослідження підтверджують висунуту гіпотезу про те, що цілеспрямоване використання діяльнісно орієнтованої та практично спрямованої методики навчання сприяє ефективному формуванню понять випадковості та ймовірності в учнів. Запропонована методика є науково обґрунтованою, педагогічно доцільною та придатною для впровадження в практику викладання математики в закладах загальної середньої освіти.

Наукова новизна роботи полягає в розробці та обґрунтуванні авторської методики формування ймовірнісних понять, що базується на поєднанні експериментальної діяльності, ігрових і життєвих ситуацій та міжпредметної інтеграції.

Практична значущість дослідження визначається можливістю використання розробленої системи вправ і навчальних ситуацій у роботі вчителів математики, а також у процесі підготовки майбутніх педагогів.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розширенням методики формування ймовірнісних понять шляхом активнішого використання цифрових технологій, комп'ютерного моделювання, а також інтеграції елементів статистики й аналізу даних у шкільний курс математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Скафа О. І. Методика навчання математики в основній школі : навч. посіб. – Київ : Освіта, 2011. – 320 с.
2. Тарасенкова Н. А. Методика навчання математики : теорія і практика : навч. посіб. – Київ : Генеза, 2017. – 400 с.
3. Семенець С. П. Теорія і методика навчання математики : навч. посіб. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2015. – 312 с.
4. Мерзляк О. В. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10–11 кл. – Харків : Гімназія, 2019. – 352 с.
5. Полонський В. Б. Дидактика математики : навч. посіб. – Київ : Педагогічна думка, 2014. – 296 с.
6. Ніколенко Г. М. Методика викладання математики в школі. – Київ : Либідь, 2016. – 280 с.
7. Бурда М. І. Методика навчання математики в середній школі. – Київ : Освіта, 2005. – 336 с.
8. Бевз В. Г. Методика викладання математики. – Київ : Вища школа, 2007. – 408 с.
9. Шаран О. І. Стохастична лінія в шкільному курсі математики. – Київ : Педагогічна преса, 2012. – 214 с.
10. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. – Київ : МОН України, 2020.
11. Billingsley P. Probability and Measure. New York : John Wiley & Sons, 1995. – 593 p.
12. Ross S. M. A First Course in Probability. Boston : Pearson Education, 2019. – 608 p.
13. Grimmett G., Stirzaker D. Probability and Random Processes. Oxford : Oxford University Press, 2001. – 596 p.
14. Williams D. Probability with Martingales. Cambridge : Cambridge University Press, 1991. – 251 p.

15. Ross S. M. Introduction to Probability Models. – Amsterdam : Academic Press, 2014. – 784 p.
16. Grimmett G., Stirzaker D. Probability and Random Processes. – Oxford : Oxford University Press, 2001. – 596 p.
17. Виготський Л. С. Мислення і мова. – Київ : Радянська школа, 1982. – 287 с.
18. Костюк Г. С. Психологія навчання. – Київ : Радянська школа, 1989. – 328 с.
19. Піаже Ж. Психологія інтелекту. – Київ : Основи, 2001. – 248 с.
20. Рубінштейн С. Л. Основи загальної психології. – Київ : Педагогіка, 2004. – 720 с.
21. Moore D. S. Statistics: Concepts and Controversies. – New York : W. H. Freeman, 2013. – 640 p.
22. Garfield J., Ben-Zvi D. Developing Students' Statistical Reasoning. – New York : Springer, 2008. – 272 p.
23. Wild C. J., Pfannkuch M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry // International Statistical Review. – 1999. – Vol. 67(3). – P. 223–265.
24. OECD. PISA 2022 Mathematics Framework. – Paris : OECD Publishing, 2023.
25. OECD. Education at a Glance 2023. – Paris : OECD Publishing, 2023.
26. Mullis I. V. S., Martin M. O. TIMSS 2019 Assessment Frameworks. – Boston : TIMSS & PIRLS International Study Center, 2020.
27. Mullis I. V. S., Martin M. O. TIMSS 2023 Mathematics Framework. – Boston : TIMSS & PIRLS, 2023.
28. Савченко О. Я. Компетентнісний підхід у сучасній школі. – Київ : Педагогічна думка, 2011. – 256 с.
29. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. – Київ : А.С.К., 2004. – 192 с.
30. Савченко О. Я. Компетентнісний підхід у сучасній освіті. Київ : Педагогічна думка, 2011. – 220 с.

31. Batanero C., Diaz C. Training Teachers to Teach Probability // Journal of Mathematics Teacher Education. – 2010. – Vol. 13. – P. 1–21.
32. Chance B., Garfield J. Reasoning about Chance // The Mathematics Teacher. – 2002. – Vol. 95(5). – P. 308–314.
33. Papert S. Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas. – New York : Basic Books, 1993. – 252 p.
34. Bishop A. J. Mathematical Enculturation. – Dordrecht : Springer, 1988. – 220 p.
35. Ernest P. The Philosophy of Mathematics Education. – London : Routledge, 1991. – 336 p.
36. NCTM. Principles and Standards for School Mathematics. – Reston : NCTM, 2000.
37. Devore J. L. Probability and Statistics for Engineering and the Sciences. – Boston : Cengage, 2016.
38. Levy H., Lessman F. Simulation Modeling and Analysis. – New York : McGraw-Hill, 1992.
39. Konold C. Understanding Students' Beliefs about Probability // Cognition and Instruction. – 1991.
40. Fischbein E. Intuition in Science and Mathematics. – Dordrecht : Reidel, 1987.
41. Концепція «Нова українська школа». – Київ : МОН України, 2016.
42. Типові освітні програми для 5–9 класів. – Київ : МОН України, 2022.
43. Типові освітні програми для 10–11 класів. – Київ : МОН України, 2023.
44. Watson J. M. Statistical Literacy at School. – New York : Routledge, 2006.
45. Biehler R. et al. Probability Education. – New York : Springer, 2013.

ДОДАТОК А

Завдання 1. «Підкидання монети»

Учням пропонується підкинути монету 20 разів і зафіксувати кількість випадінь герба та решки. Після цього учні порівнюють свої результати з результатами однокласників і обговорюють, чи однаковими вони є.

Мета завдання:

- сформувати уявлення про випадковий характер окремих результатів;
- показати варіативність результатів за однакових умов експерименту.

Очікуваний результат:

Учні усвідомлюють, що результати кожного експерименту відрізняються, незважаючи на однакові умови.

Завдання 2. «Кидання грального кубика»

Учні виконують 30–50 кидків грального кубика та фіксують, скільки разів випала кожна грань. Отримані результати подаються у вигляді таблиці та стовпчикової діаграми.

Мета завдання:

- сформувати уявлення про статистичну частоту;
- показати наближення частоти до теоретичної ймовірності при збільшенні кількості випробувань.

Питання для обговорення:

- Чи однакова кількість випадінь кожної грані?
- Як змінюється результат при збільшенні кількості кидків?

Завдання 3. «Колективний експеримент»

Кожен учень підкидає монету 10 разів. Усі результати об'єднуються в одну загальну таблицю класу (200–300 кидків). Учні порівнюють індивідуальні та колективні результати.

Мета завдання:

- продемонструвати дію закону великих чисел на інтуїтивному рівні;
- сформулювати уявлення про стабілізацію частот у великих вибірках.

Очікуваний результат:

Колективні результати виявляються ближчими до теоретичної ймовірності, ніж індивідуальні.

Завдання 4. «Випадковий вибір предмета»

У коробку поміщаються кульки різних кольорів (наприклад, 3 червоні, 2 сині, 1 зелена). Учні по черзі витягують кульку, не заглядаючи в коробку, і фіксують результат.

Мета завдання:

- сформулювати уявлення про залежність ймовірності від складу множини можливих результатів;
- підготувати учнів до класичного означення ймовірності.

ДОДАТОК Б

Ситуація 1. «Гра з кубиком»

Учням пропонується гра, у якій перемога залежить від випадіння певних чисел на гральному кубикі. Перед початком гри учні мають оцінити, які результати є найбільш імовірними, а після завершення — проаналізувати отримані результати.

Дидактична мета:

- сформувані уявлення про різну ймовірність подій;
- навчити оцінювати шанси на успіх у простих випадкових ситуаціях.

Ситуація 2. «Лотерея»

Учням пропонується модель лотереї з обмеженою кількістю виграшних і програшних квитків. Учні аналізують, чи вигідно брати участь у такій грі, та обчислюють ймовірність виграшу.

Дидактична мета:

- сформувані критичне ставлення до азартних ігор;
- показати приклад практичного застосування ймовірнісних розрахунків.

Ситуація 3. «Прогноз погоди»

Учням пропонується проаналізувати прогноз погоди з використанням ймовірнісних тверджень (наприклад, «ймовірність опадів 70%»). Учні обговорюють, що означає таке твердження і як воно впливає на прийняття рішень.

Дидактична мета:

- сформувані правильне розуміння ймовірнісних прогнозів;
- навчити інтерпретувати статистичну інформацію.

Ситуація 4. «Вибір маршруту»

Учням пропонується ситуація вибору маршруту до школи з урахуванням ймовірності заторів або запізнення. Учні аналізують різні варіанти та обґрунтовують свій вибір.

Дидактична мета:

- розвинути навички прийняття рішень в умовах невизначеності;
- показати приклад практичного використання ймовірнісного мислення.